

# EQUAÇÕES HORÁRIAS: FUNÇÕES DO SEGUNDO GRAU

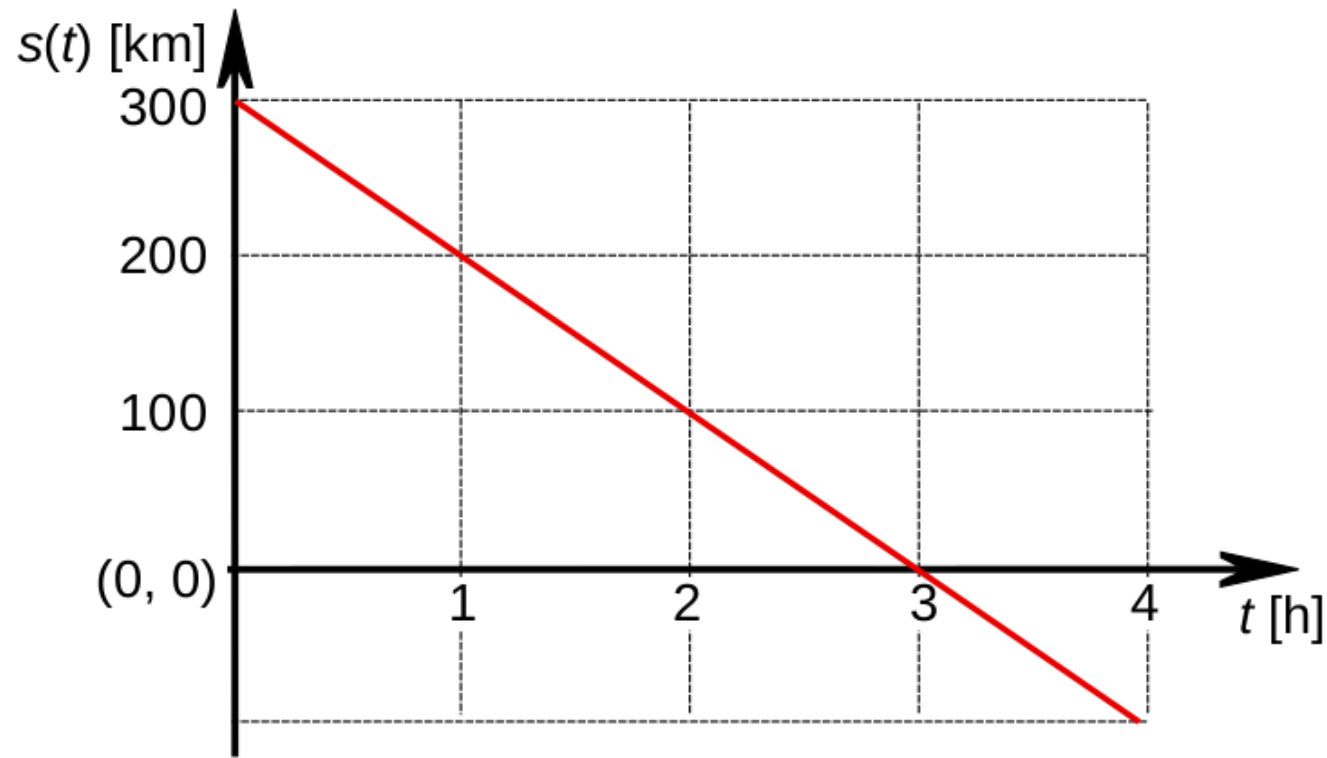
Folha 02

Professor Danilo

## FOLHA 02

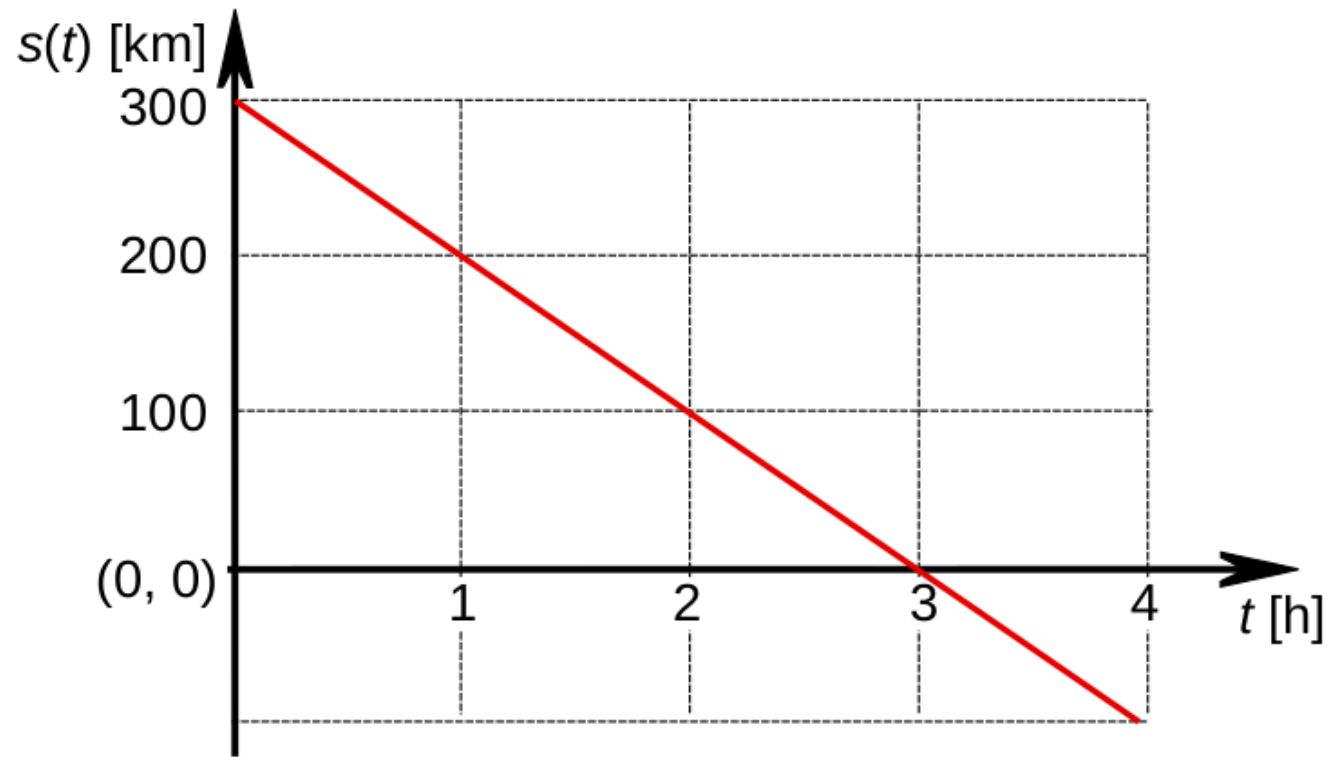
Após esta aula, a lista "Equações Horárias" pode ser iniciada.

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

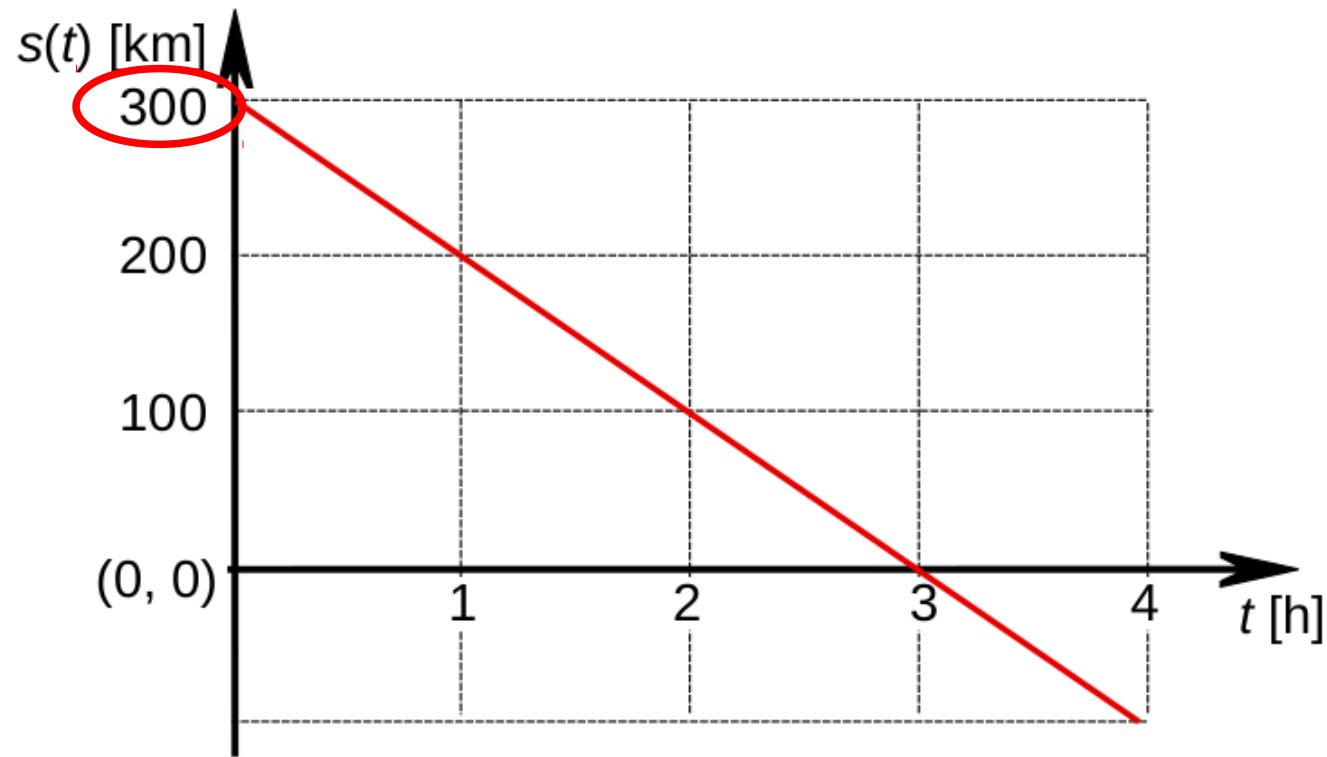
Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.

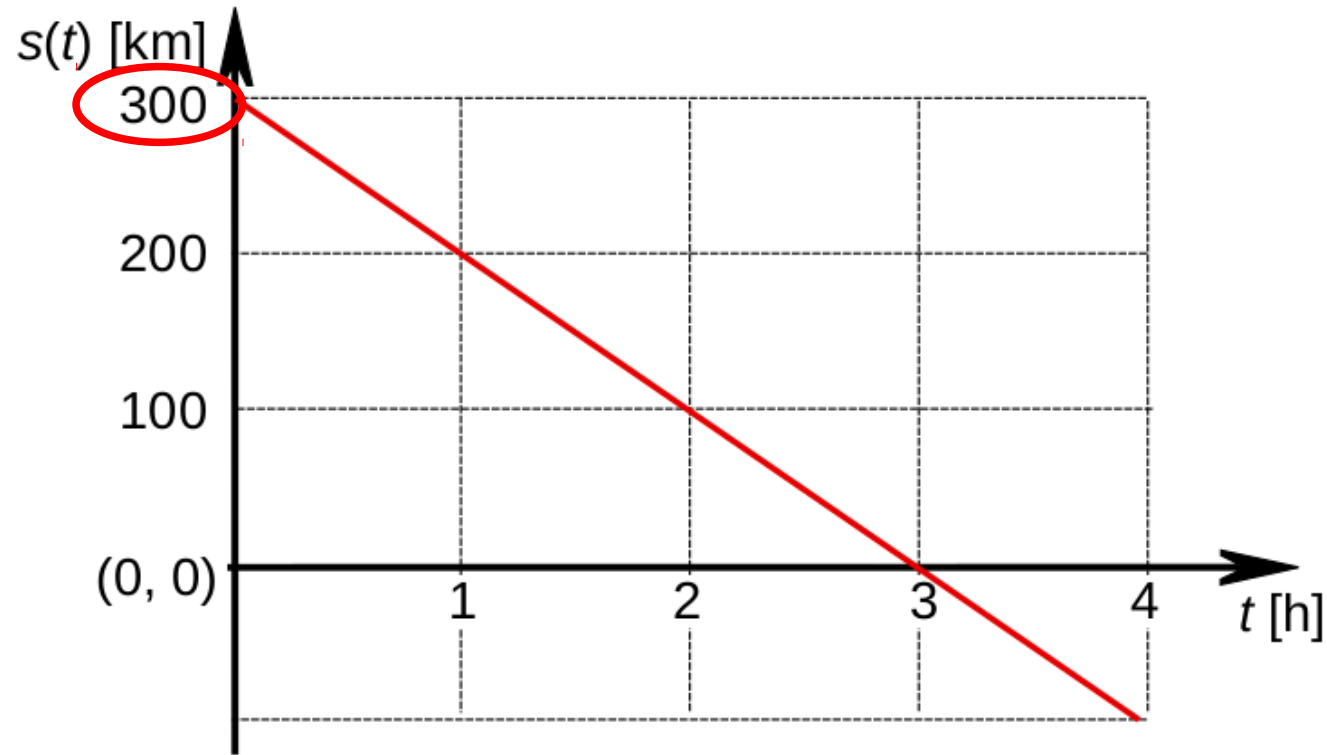


Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.

$$s_0 = 300 \text{ km}$$

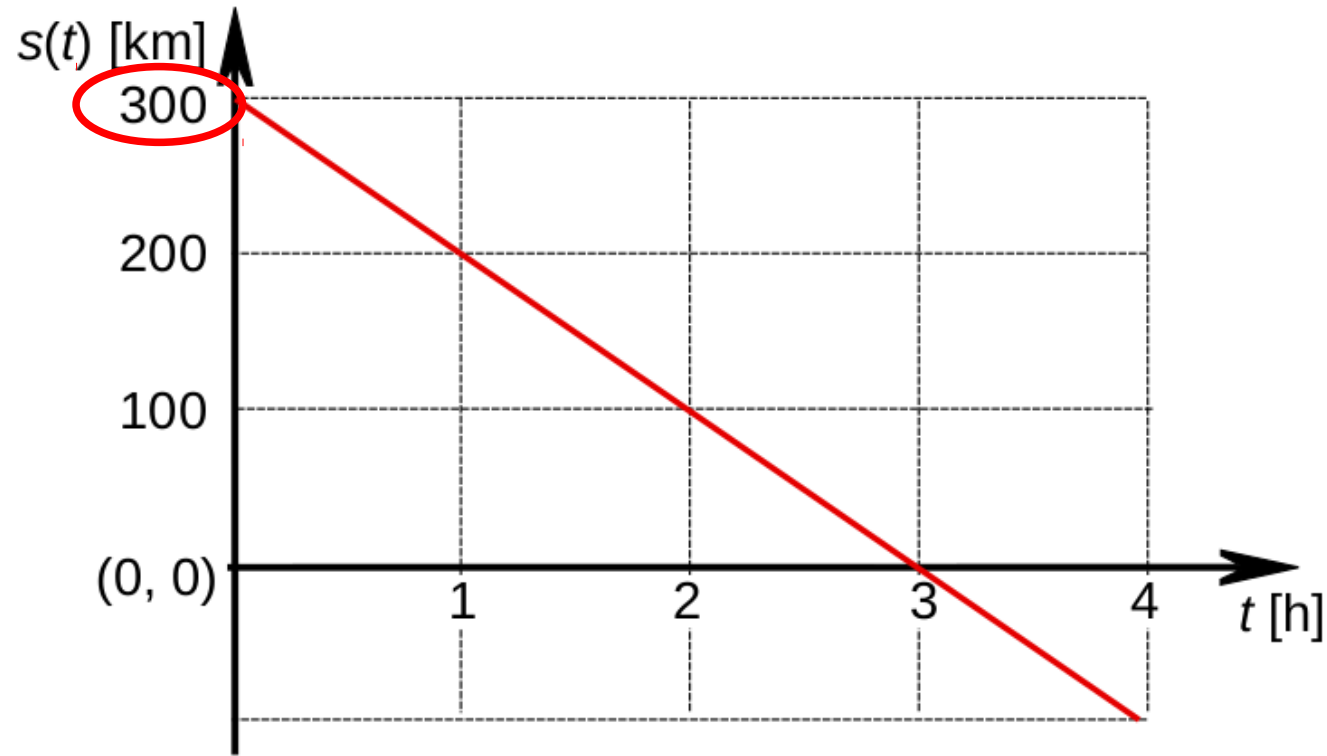


Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.

$$s_0 = 300 \text{ km}$$



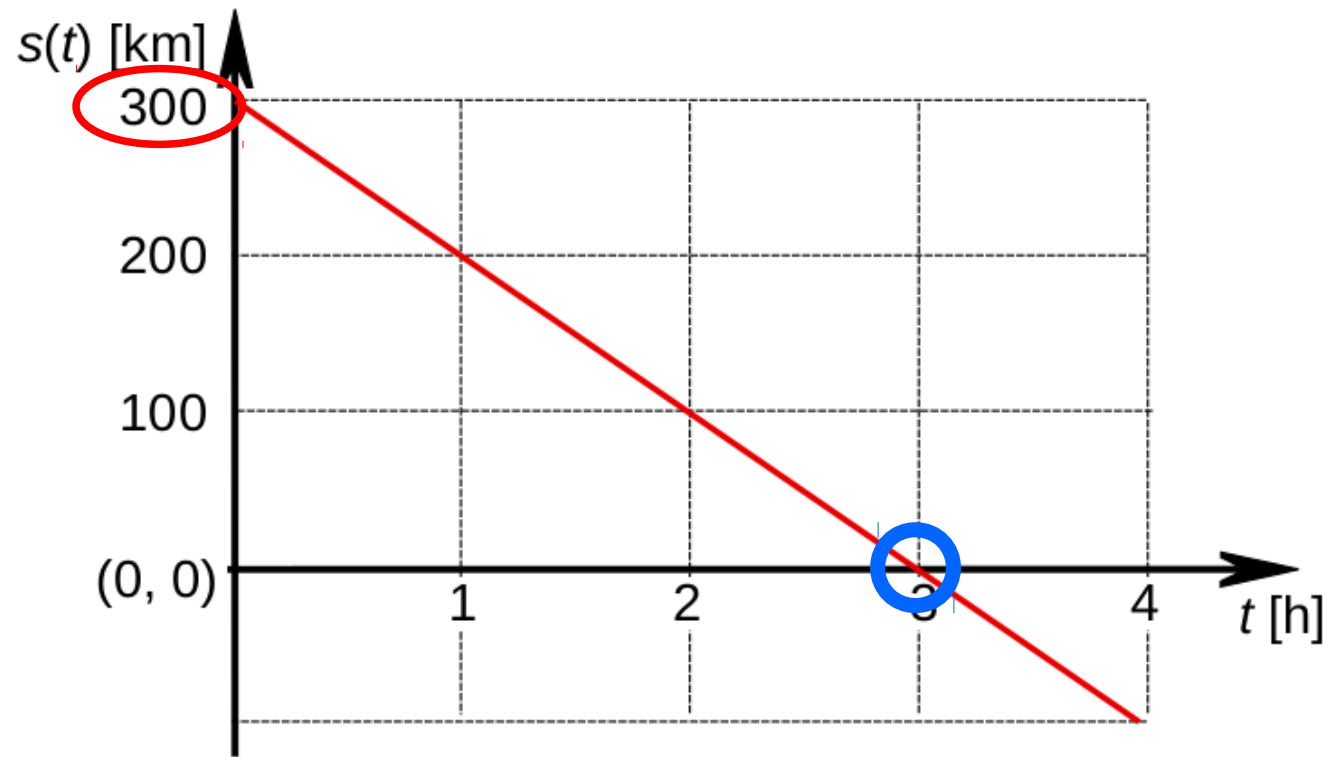
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.

$$s_0 = 300 \text{ km}$$



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

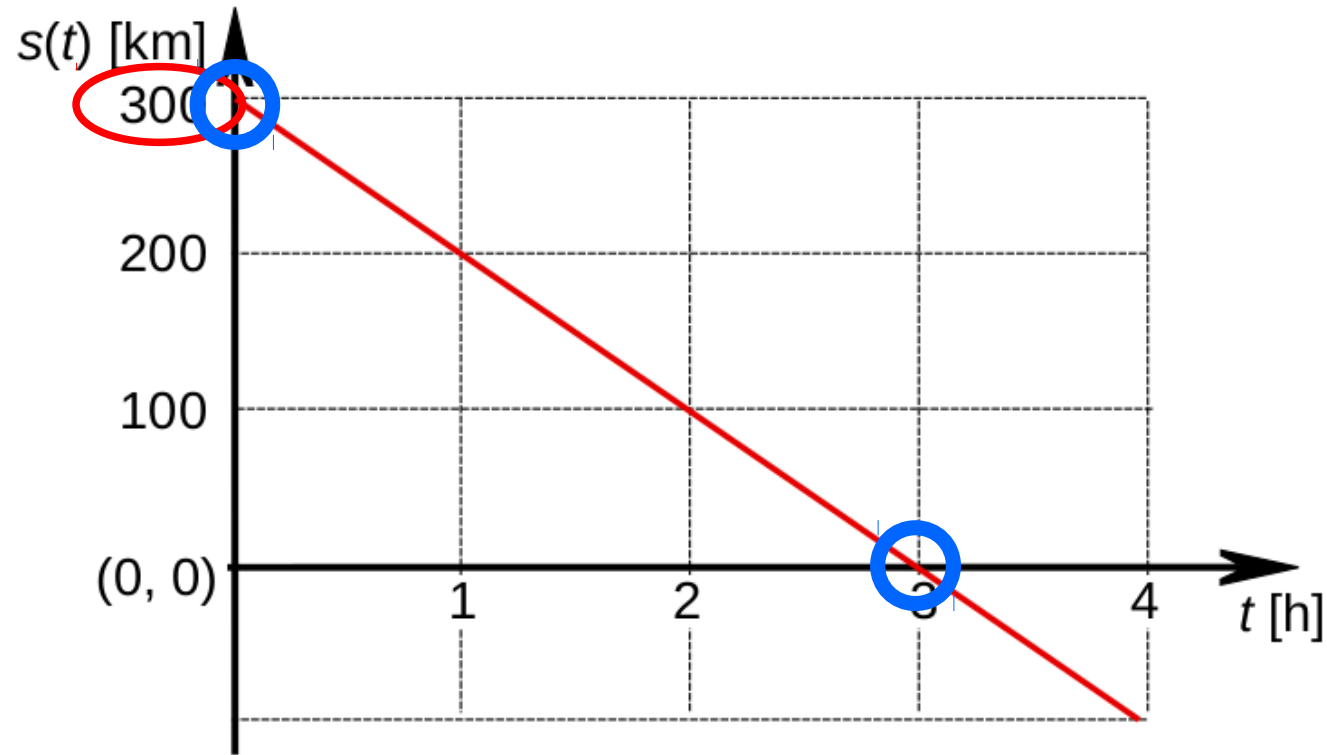
Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$



Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.

$$s_0 = 300 \text{ km}$$

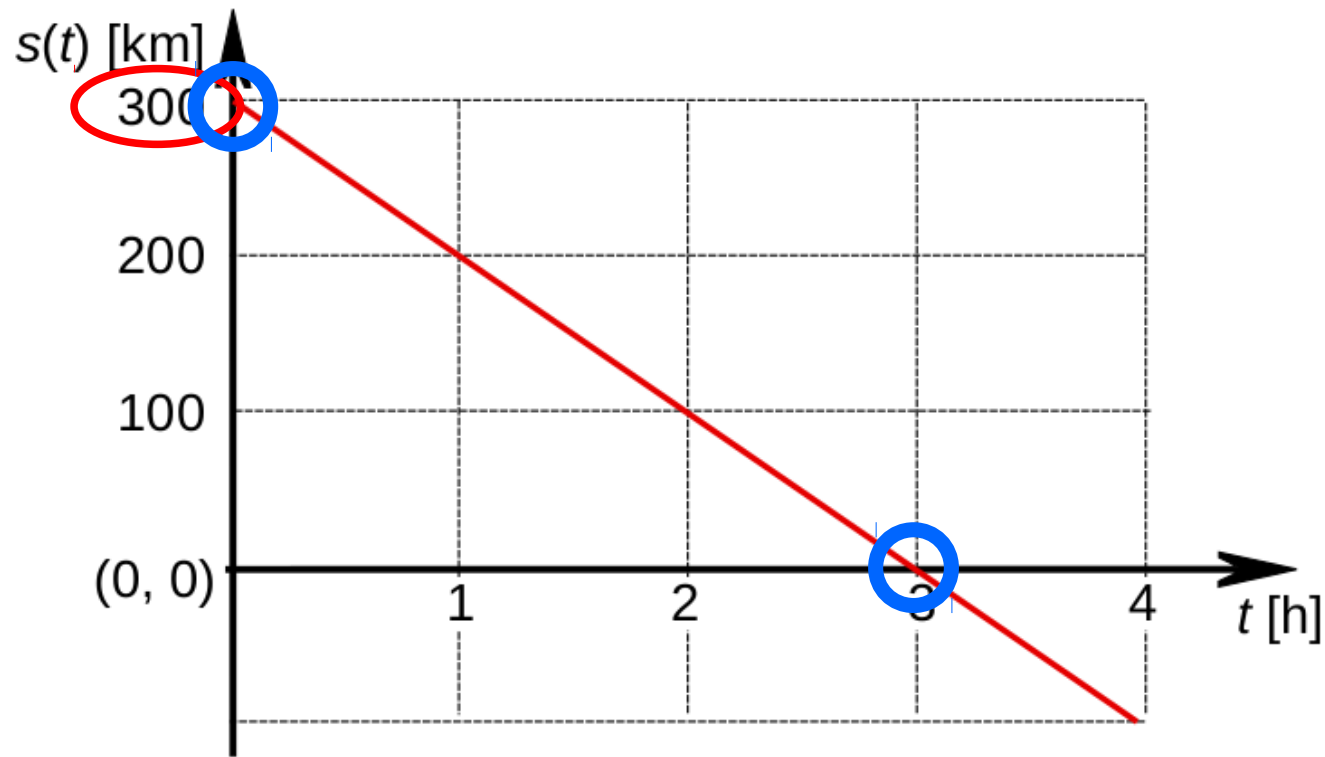


$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



$$s_0 = 300 \text{ km}$$

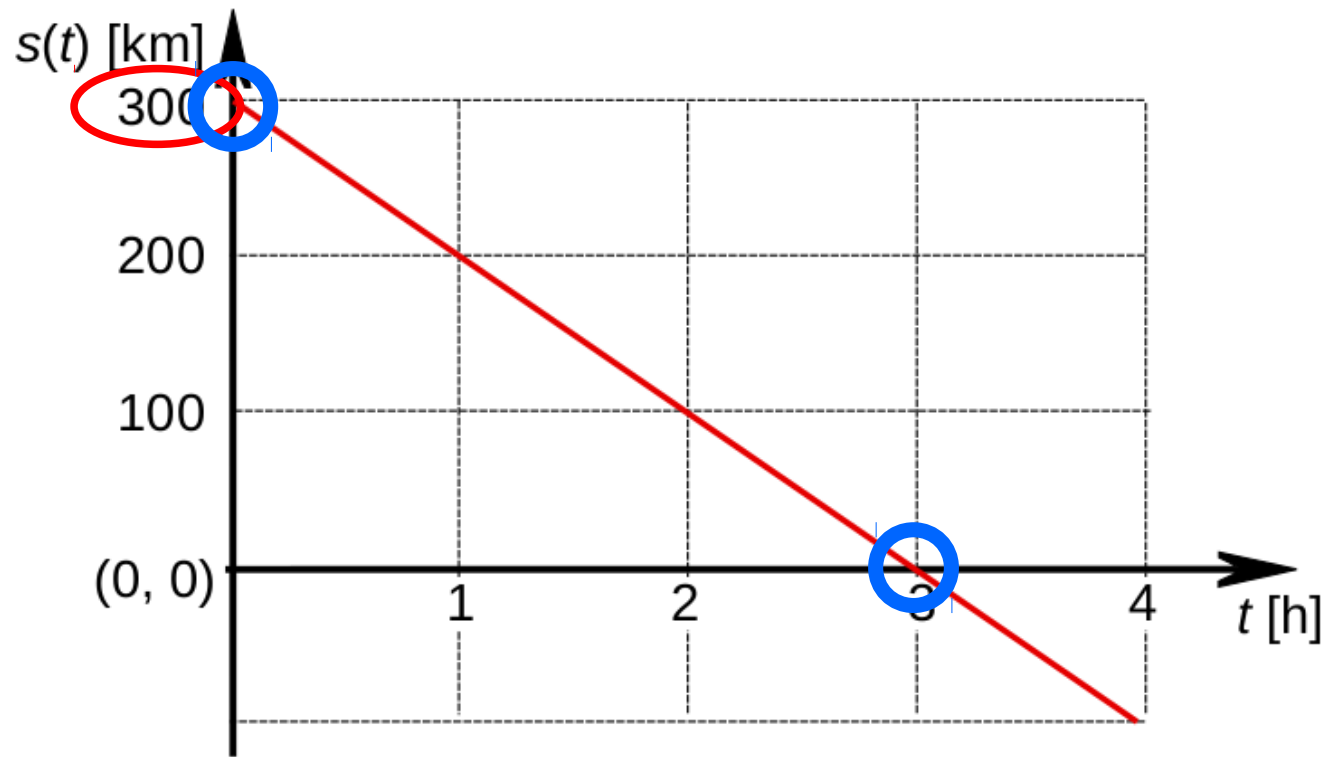
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$v = \frac{0 - 300}{3 - 0} \Rightarrow$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



$$s_0 = 300 \text{ km}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

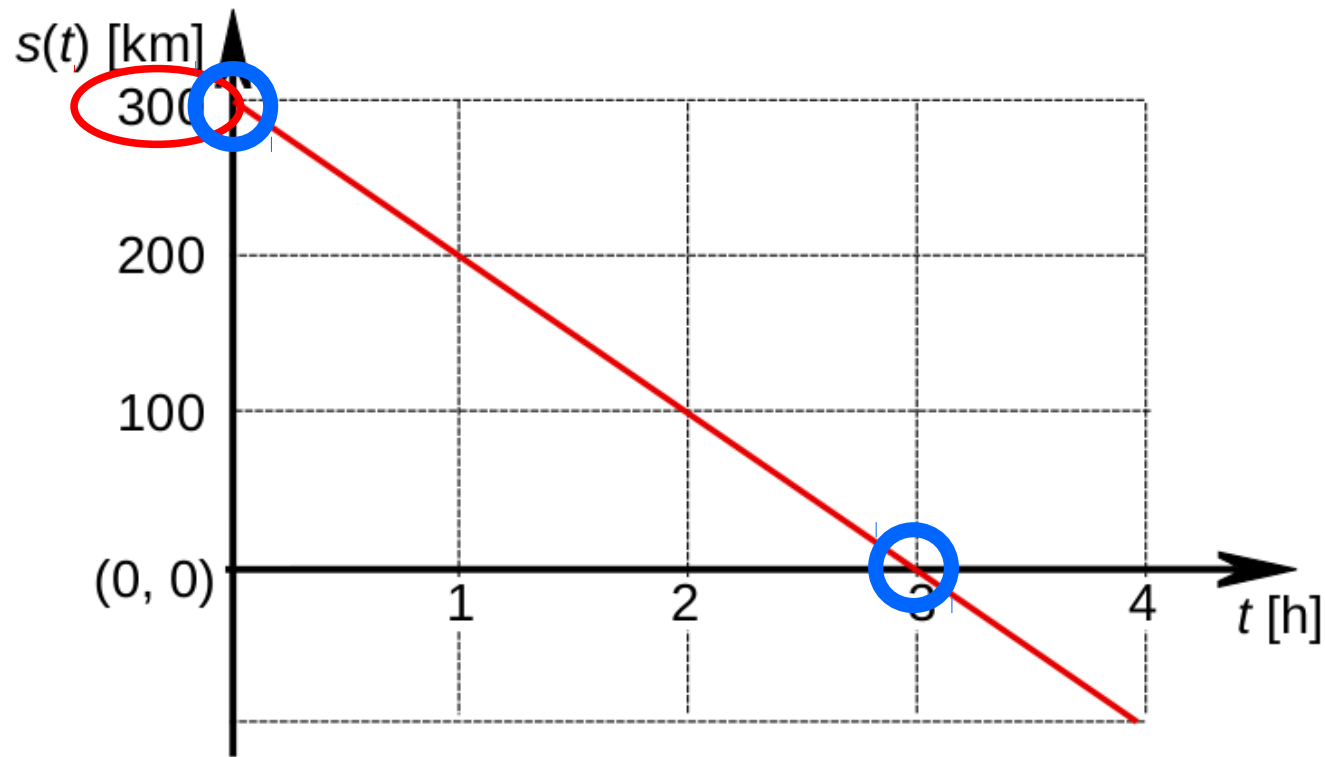
$$v = \frac{0 - 300}{3 - 0} \Rightarrow$$

$$v = \frac{-300}{3} \Rightarrow$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



$$s_0 = 300 \text{ km}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$v = \frac{0 - 300}{3 - 0} \Rightarrow$$

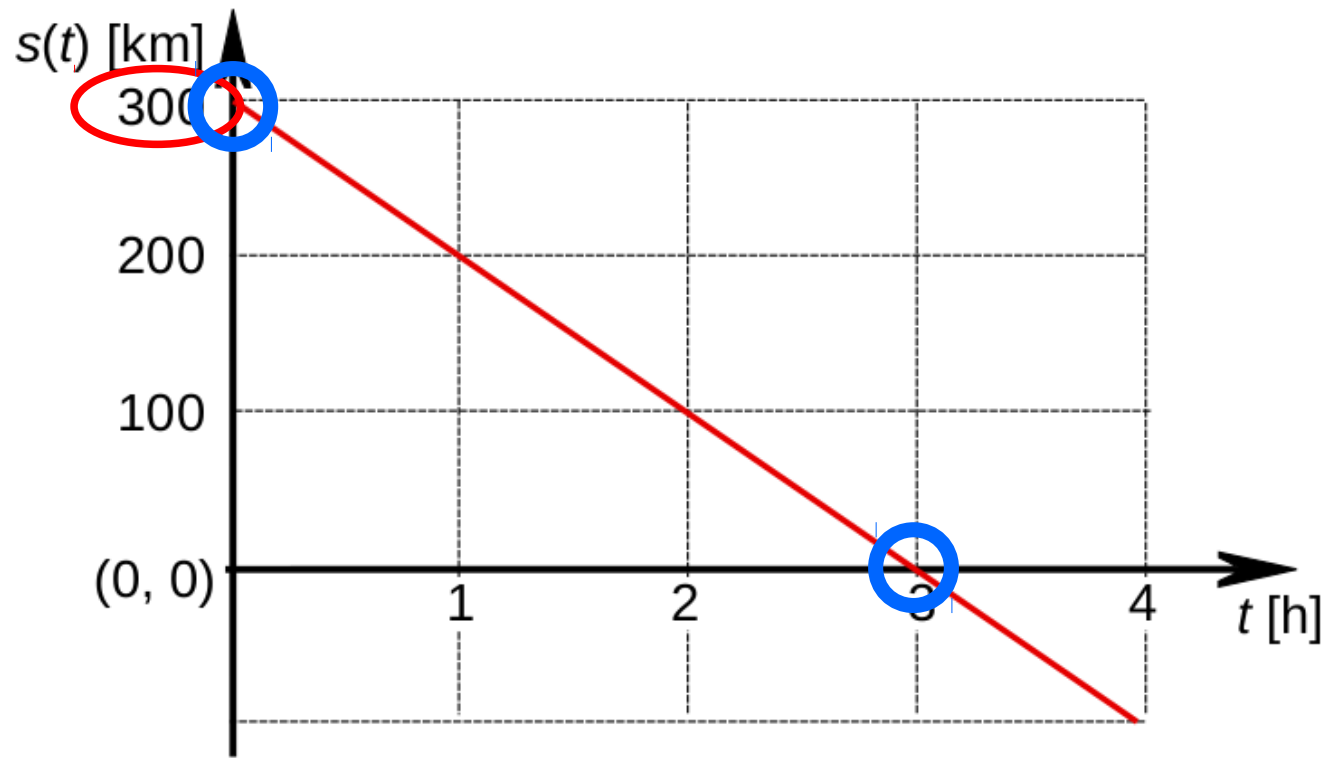
$$v = \frac{-300}{3} \Rightarrow$$

$$v = -100 \text{ m/s}$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



$$s_0 = 300 \text{ km}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$v = \frac{0 - 300}{3 - 0} \Rightarrow$$

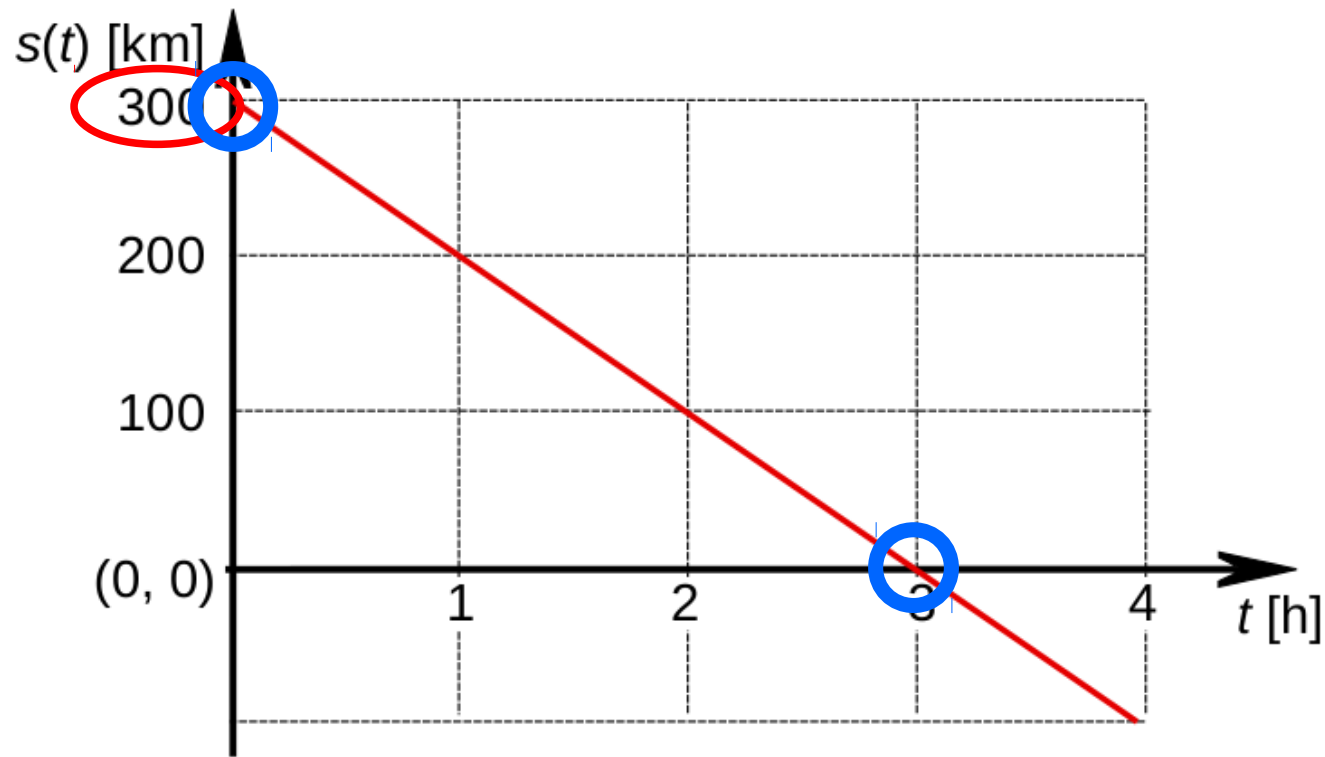
$$v = \frac{-300}{3} \Rightarrow$$

$$v = -100 \text{ m/s}$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$s = s_0 + vt \Rightarrow s = 300 + (-100)t \Rightarrow$$

Dado o gráfico a seguir. Ele representa a posição de um móvel em função do tempo em certo sistema de referência.



$$s_0 = 300 \text{ km}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$v = \frac{0 - 300}{3 - 0} \Rightarrow$$

$$v = \frac{-300}{3} \Rightarrow$$

Determine a equação horária da posição, com tempo dado em horas e distância em quilômetros.

$$v = -100 \text{ m/s}$$

$$s = s_0 + vt \Rightarrow s = 300 + (-100)t \Rightarrow s = 300 - 100 \cdot t$$

# FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO: EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

A equação que descreve a posição de um móvel não necessariamente é uma equação do primeiro grau: ela pode ser virtualmente qualquer polinômio, uma função trigonométrica, função logarítmica, exponencial e muitas outras. Sugiro que estude estas funções, pois isso poderá lhe ajudar muito no desenvolvimento da física.

Vamos nos ater na equação do segundo grau por enquanto. Para isso devemos nos lembrar como é uma equação do segundo grau e quais suas propriedades. Vamos então escrever, da maneira que você viu/verá na matemática:

$$y = ax^2 + bx + c$$



Lembramos da "cara" da equação do segundo grau:

Observe pelo próprio desenho que  $c$  é o valor de  $y$  quando

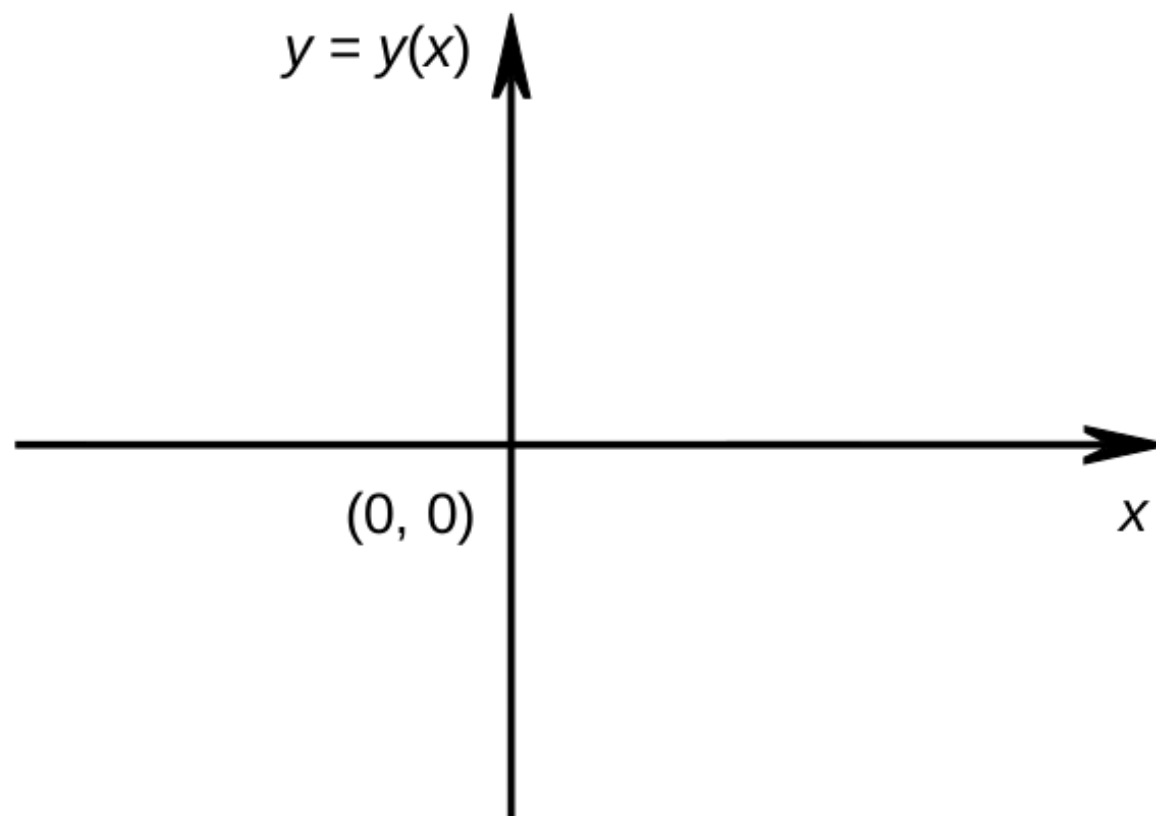


Figure 1: PARÁBOLA

$x = 0$ , ou seja, é o valor de  $y$  onde o gráfico corta este mesmo eixo. Lembremos também que  $a$  determina a concavidade: se for positivo, a concavidade é para cima; se for negativo, a concavidade é para baixo.



Lembramos da "cara" da equação do segundo grau:

Observe pelo próprio desenho que  $c$  é o valor de  $y$  quando

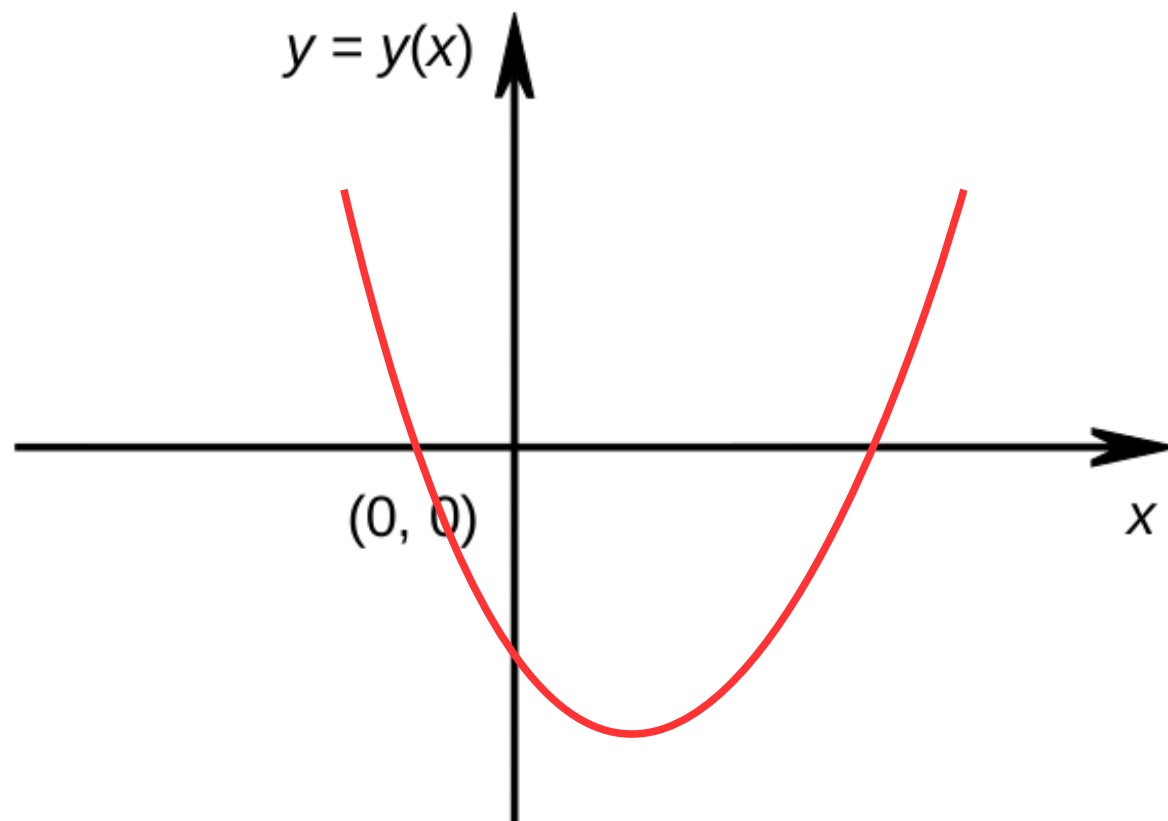


Figure 1: PARÁBOLA

$x = 0$ , ou seja, é o valor de  $y$  onde o gráfico corta este mesmo eixo. Lembremos também que  $a$  determina a concavidade: se for positivo, a concavidade é para cima; se for negativo, a concavidade é para baixo.

Lembramos da "cara" da equação do segundo grau:

Observe pelo próprio desenho que  $c$  é o valor de  $y$  quando

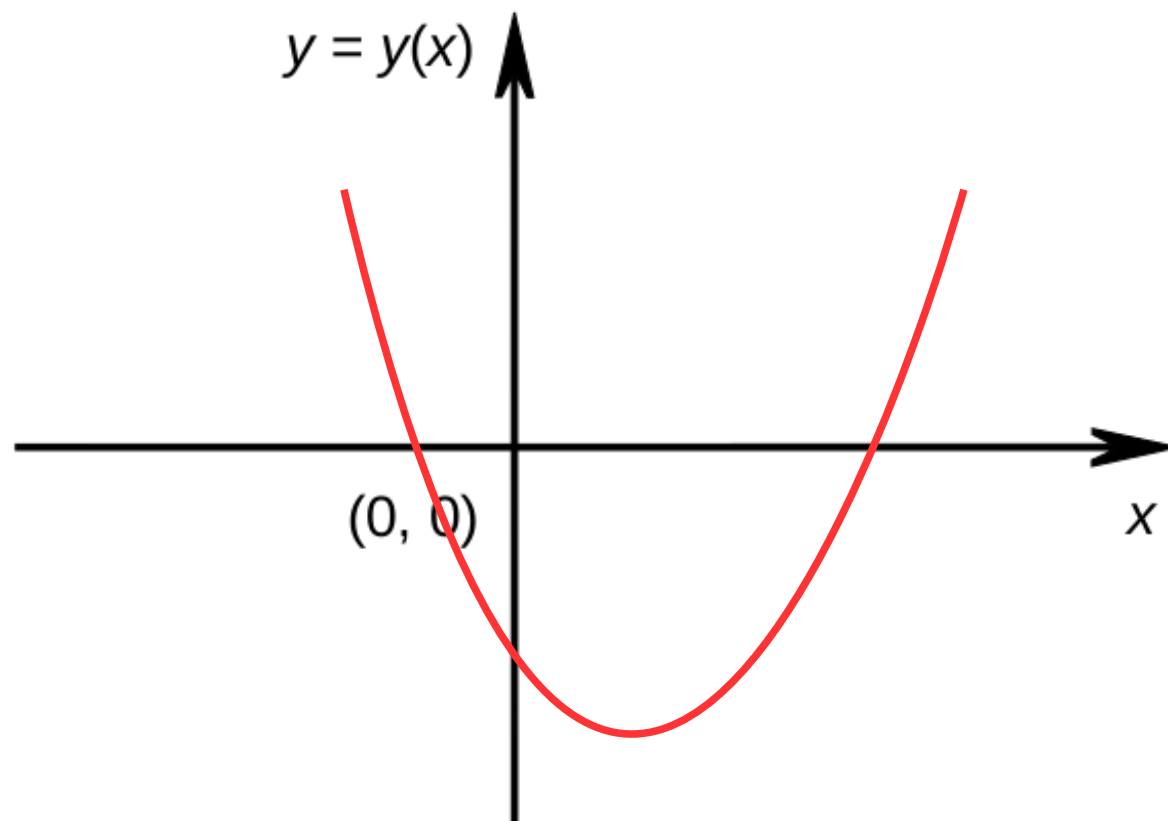


Figure 1: PARÁBOLA

$x = 0$ , ou seja, é o valor de  $y$  onde o gráfico corta este mesmo eixo. Lembremos também que  $a$  determina a concavidade: se for positivo, a concavidade é para cima; se for negativo, a concavidade é para baixo.

Lembramos da "cara" da equação do segundo grau:

Observe pelo próprio desenho que  $c$  é o valor de  $y$  quando

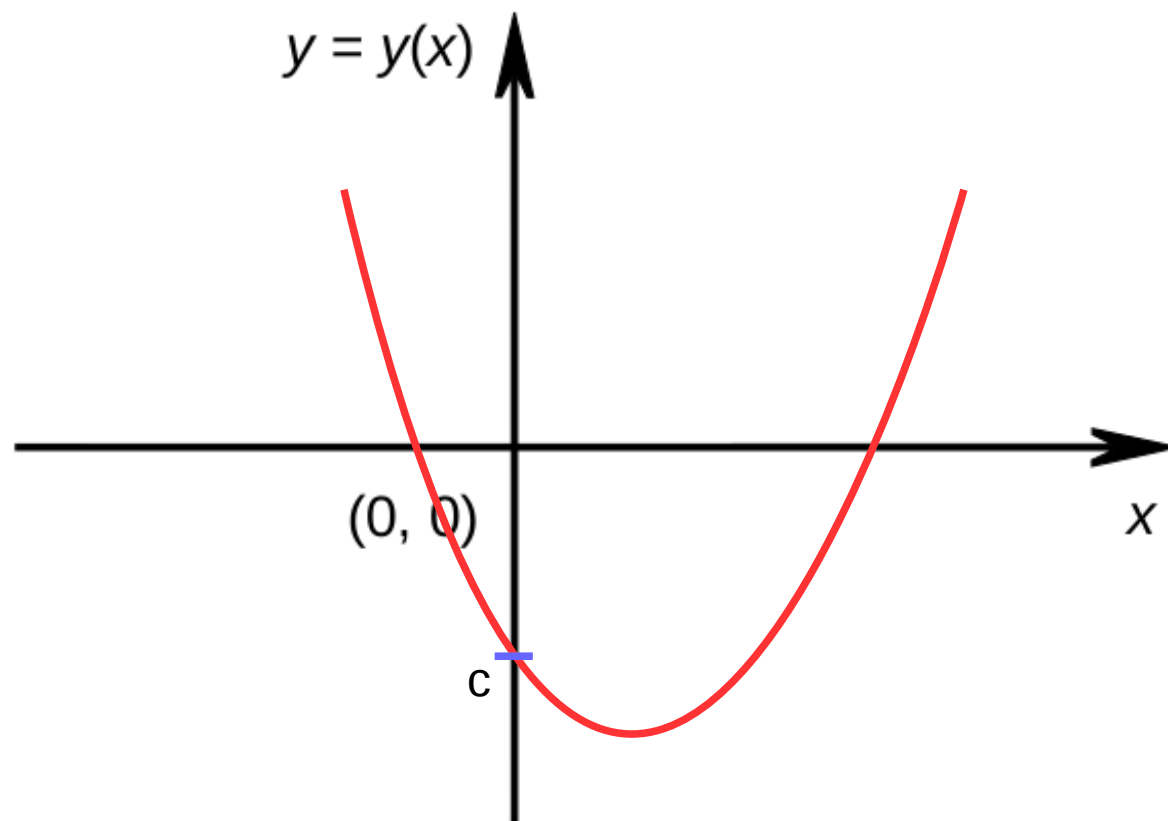


Figure 1: PARÁBOLA

$x = 0$ , ou seja, é o valor de  $y$  onde o gráfico corta este mesmo eixo. Lembremos também que  $a$  determina a concavidade: se for positivo, a concavidade é para cima; se for negativo, a concavidade é para baixo.

Lembramos da "cara" da equação do segundo grau:

Observe pelo próprio desenho que  $c$  é o valor de  $y$  quando

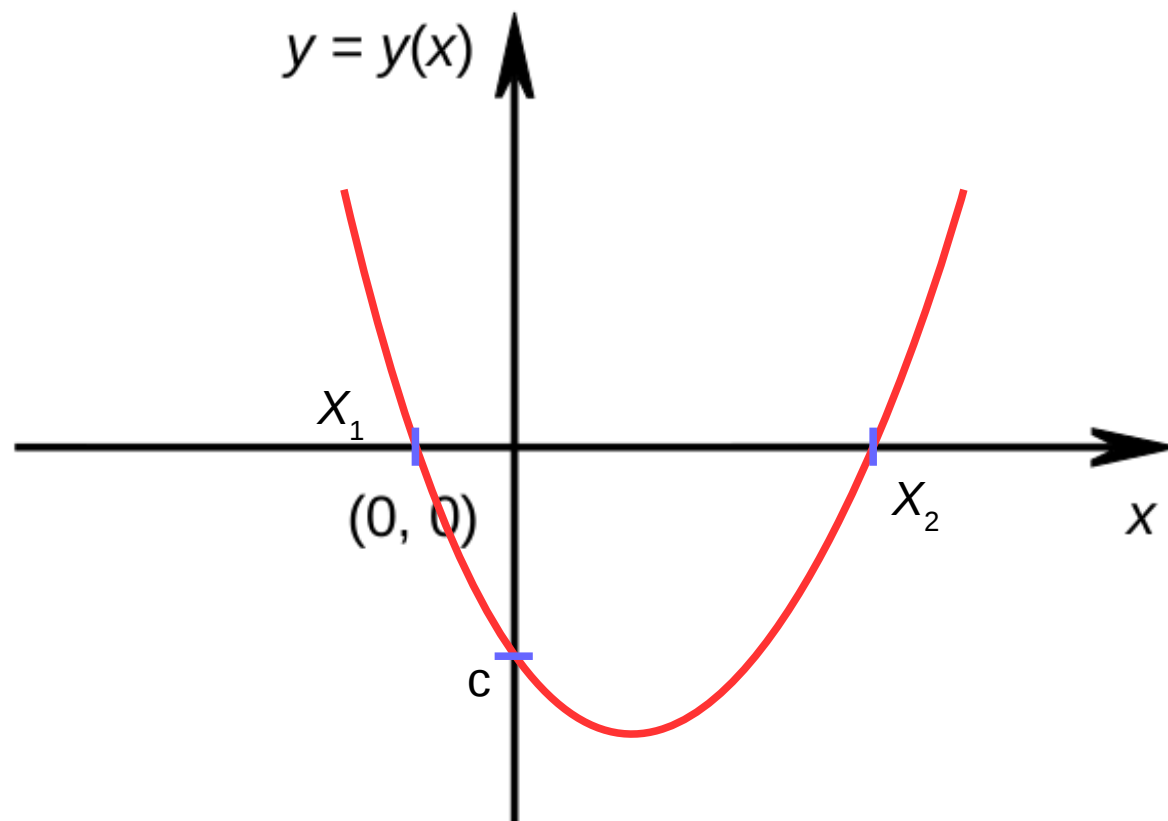


Figure 1: PARÁBOLA

$x = 0$ , ou seja, é o valor de  $y$  onde o gráfico corta este mesmo eixo. Lembremos também que  $a$  determina a concavidade: se for positivo, a concavidade é para cima; se for negativo, a concavidade é para baixo.

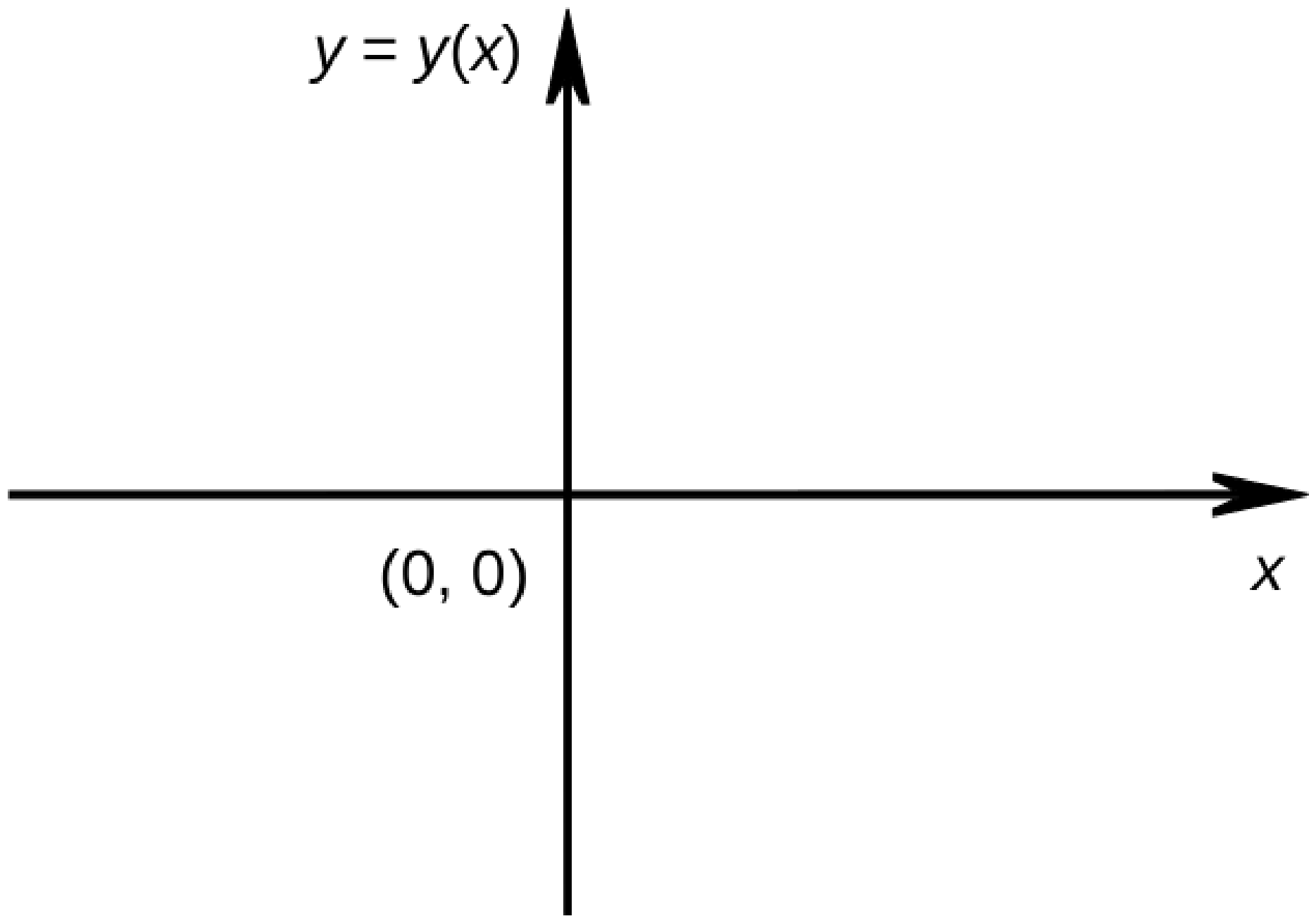


Figure 2: CONCAVIDADE POSITIVA

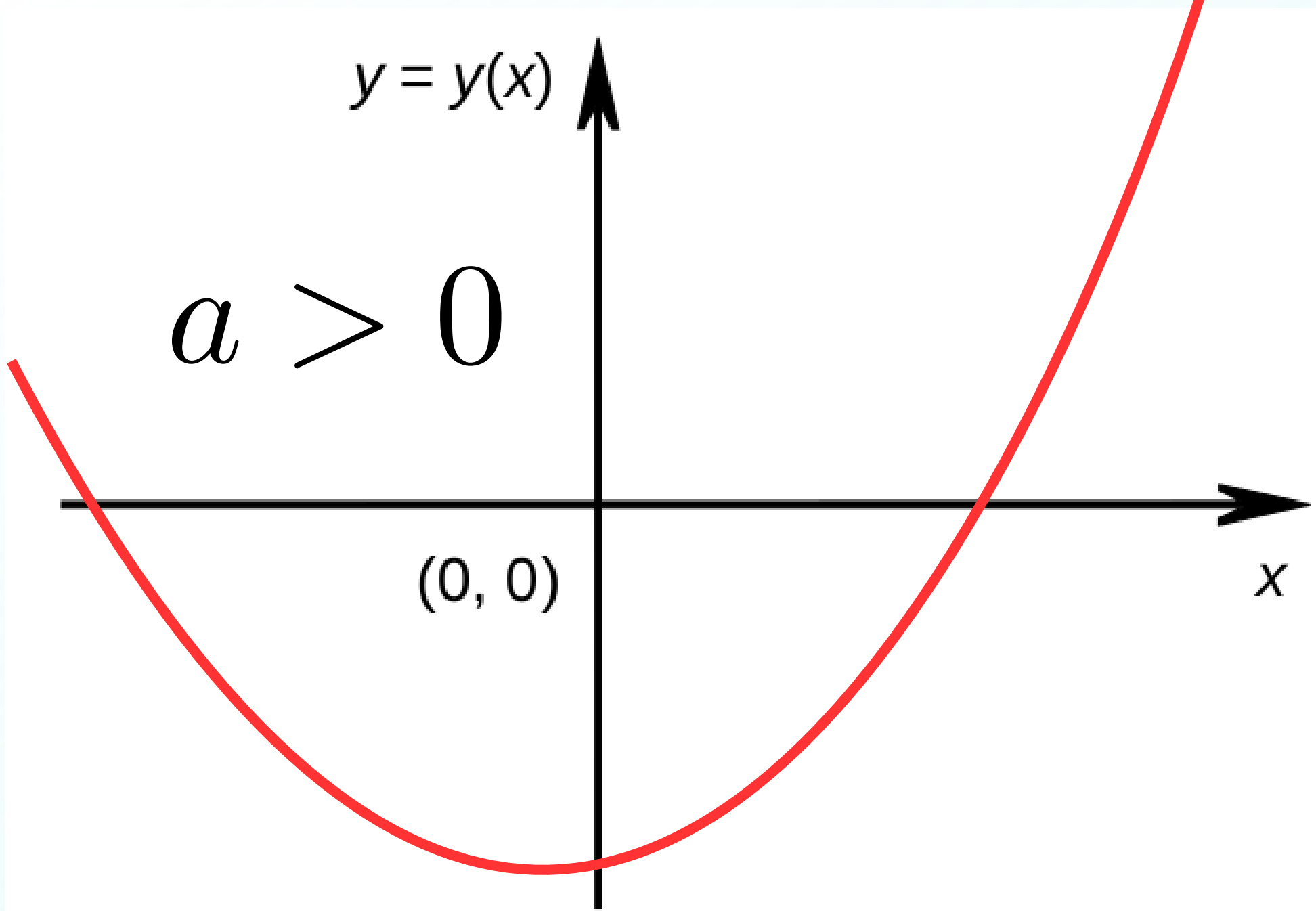


Figure 2: CONCAVIDADE POSITIVA

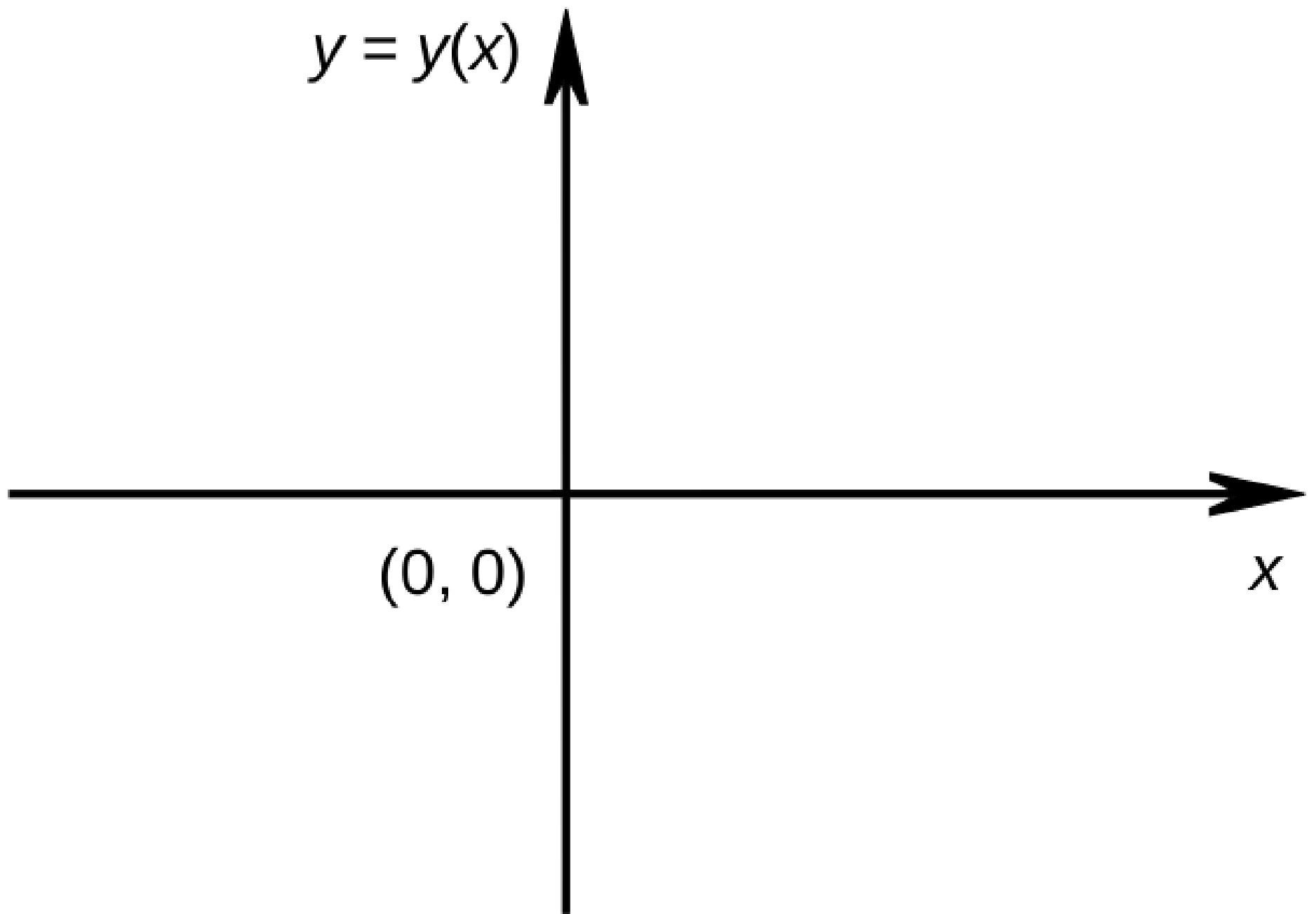


Figure 3: CONCAVIDADE NEGATIVA

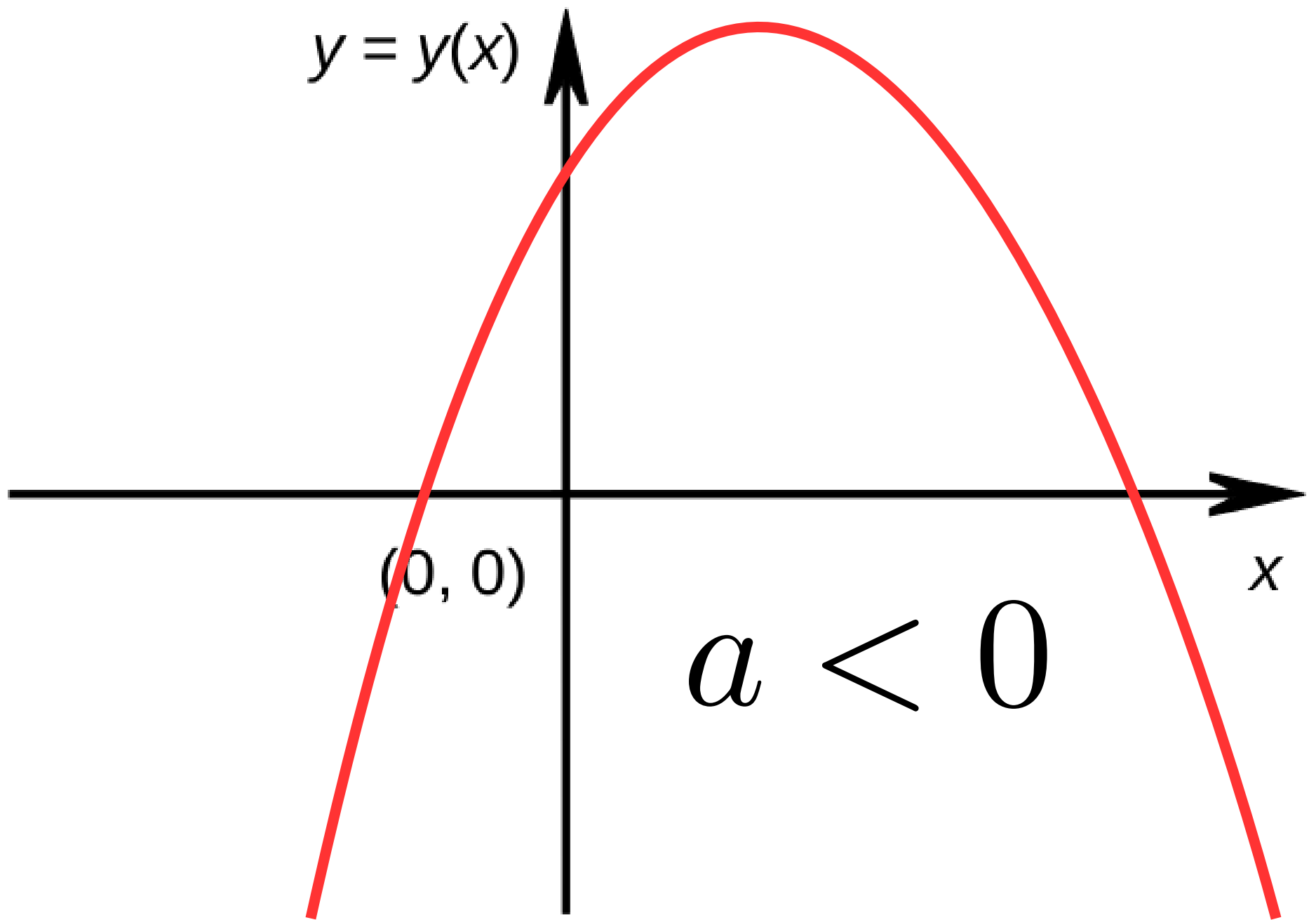


Figure 3: CONCAVIDADE NEGATIVA



Quanto à constante  $b$ , veremos de uma forma que talvez você não tenha visto: se esta constante for positiva então o gráfico será crescente em  $x = 0$ ; se for negativa, o gráfico será decrescente em  $x = 0$ .

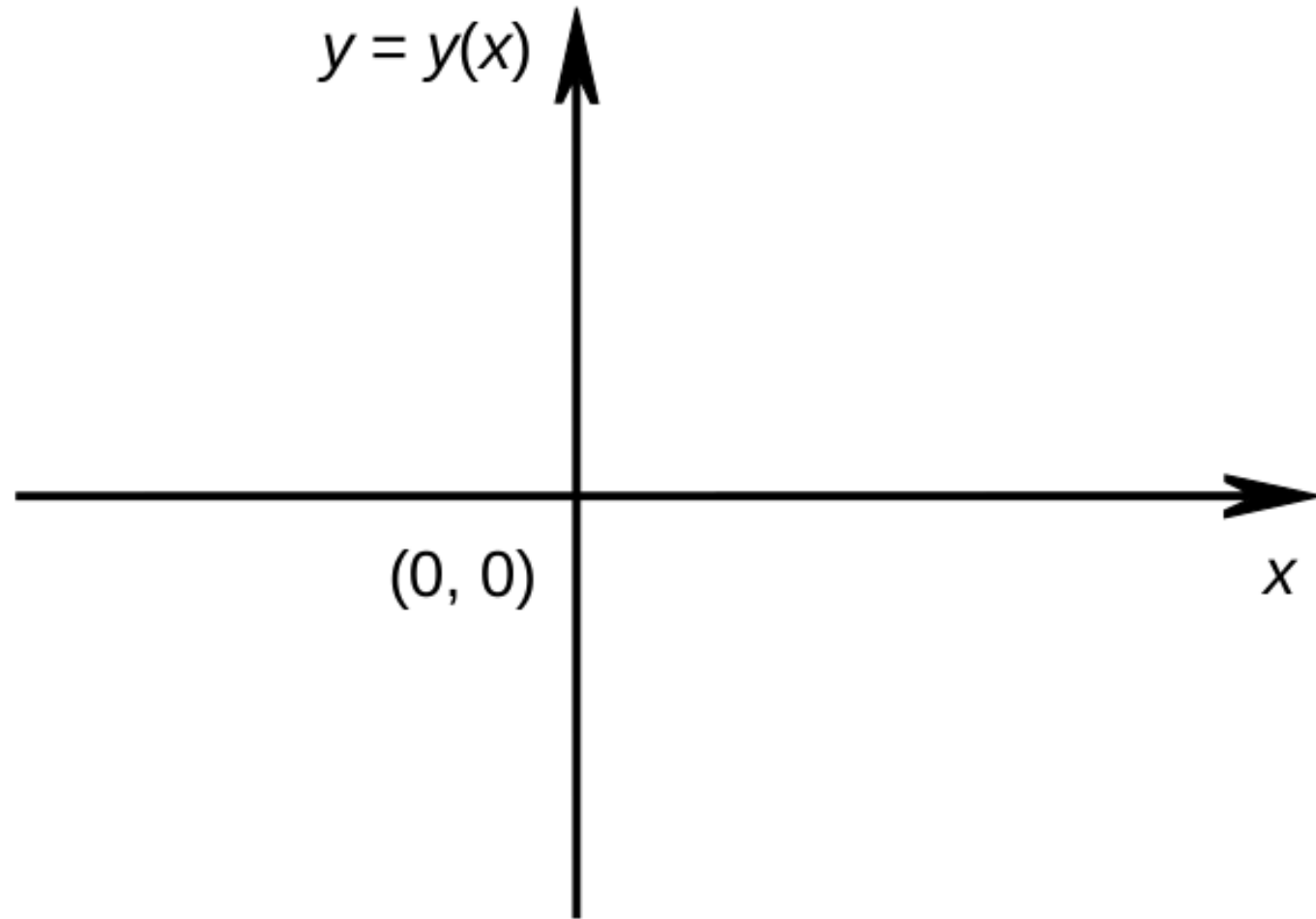


Figure 4:  $b > 0$

Quanto à constante  $b$ , veremos de uma forma que talvez você não tenha visto: se esta constante for positiva então o gráfico será crescente em  $x = 0$ ; se for negativa, o gráfico será decrescente em  $x = 0$ .

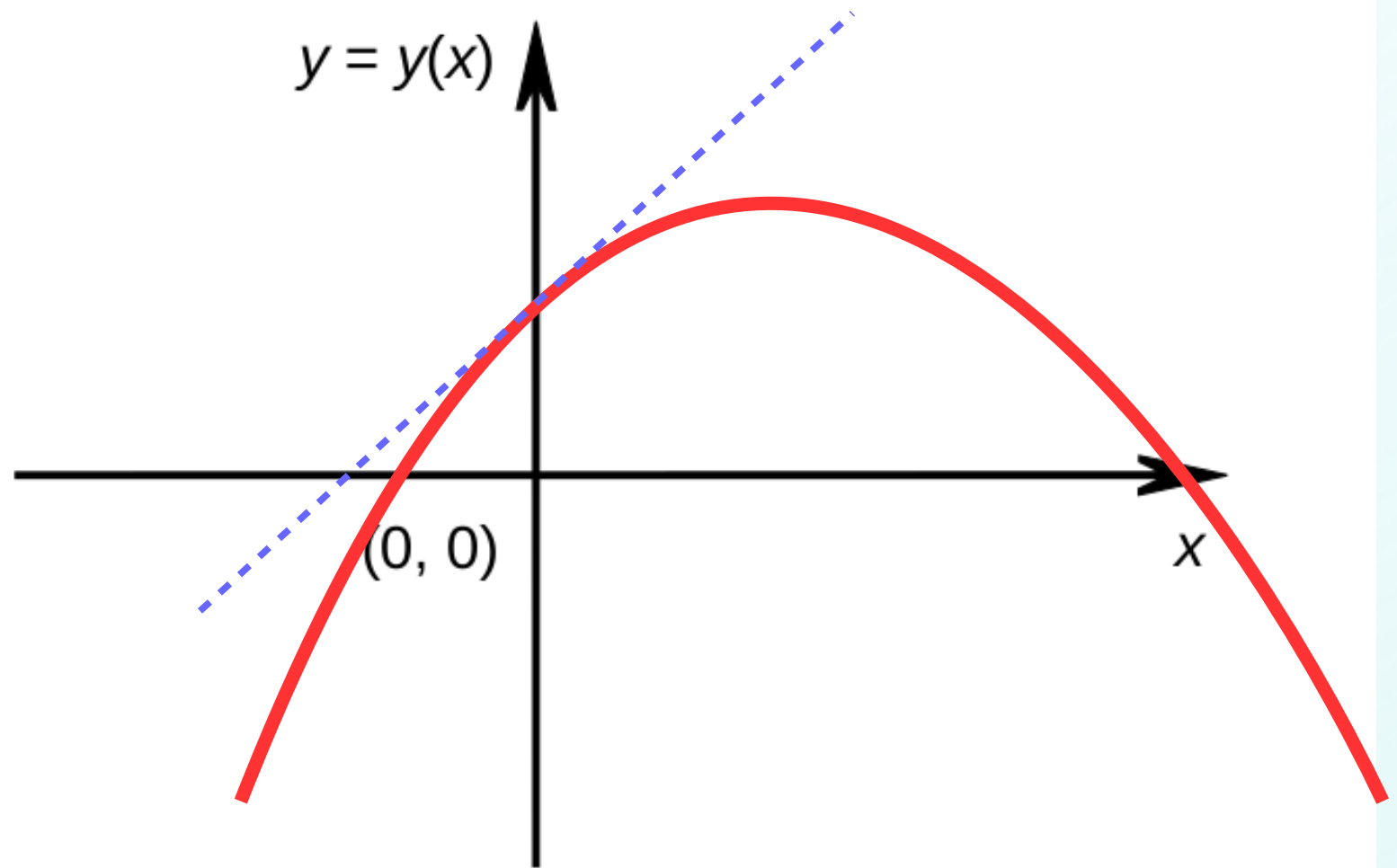


Figure 4:  $b > 0$

Quanto à constante  $b$ , veremos de uma forma que talvez você não tenha visto: se esta constante for positiva então o gráfico será crescente em  $x = 0$ ; se for negativa, o gráfico será decrescente em  $x = 0$ .

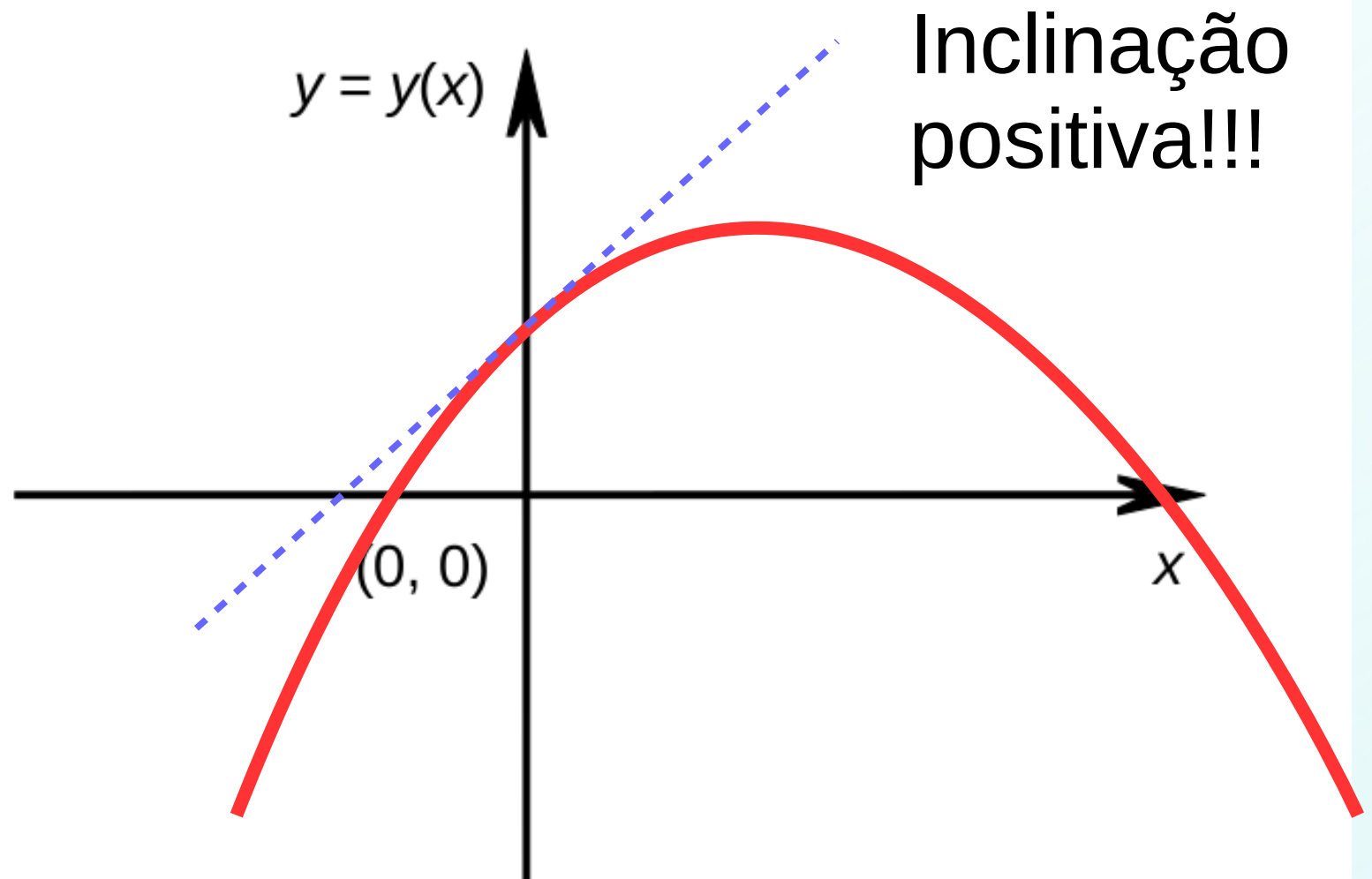


Figure 4:  $b > 0$

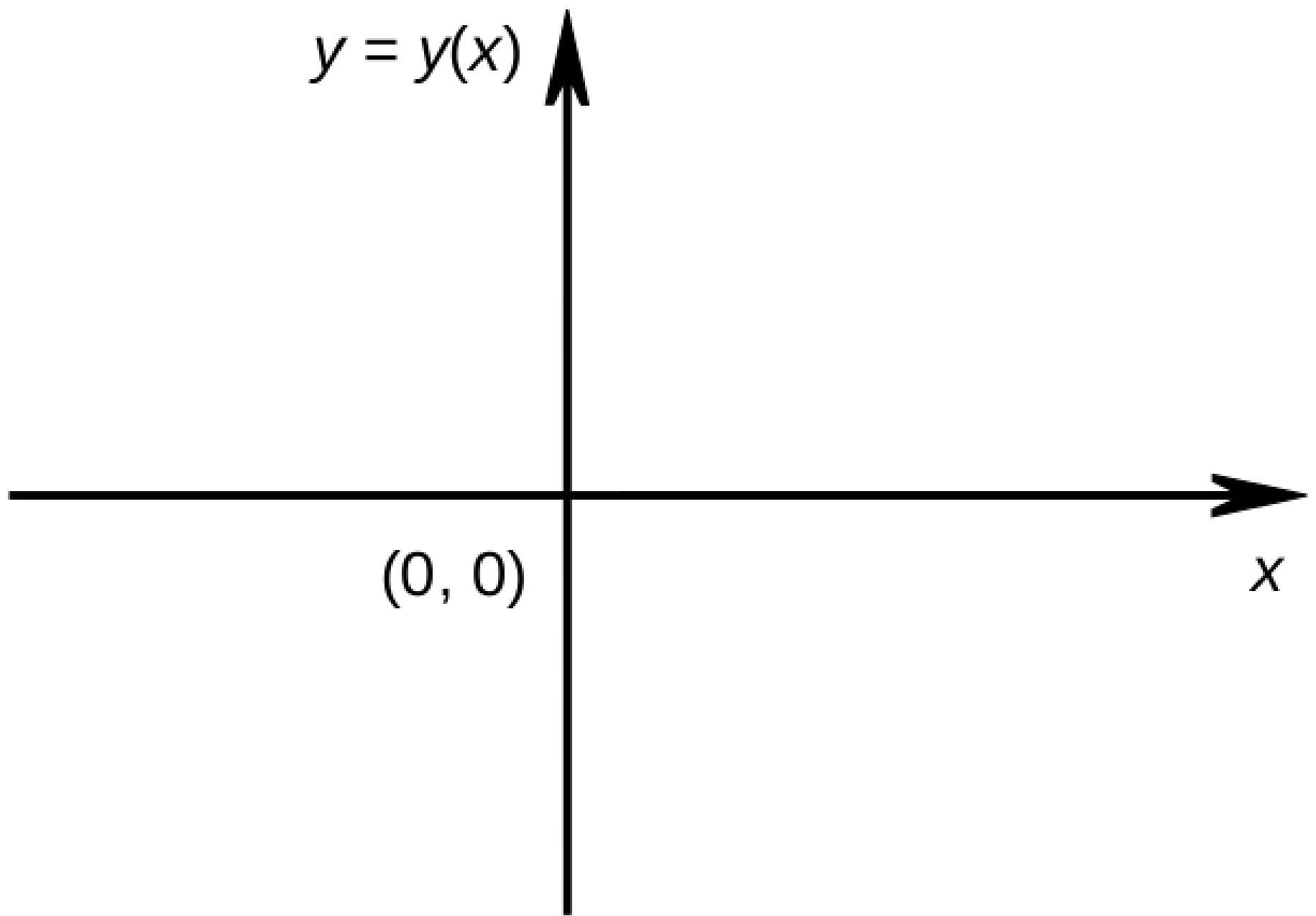


Figure 5:  $b < 0$

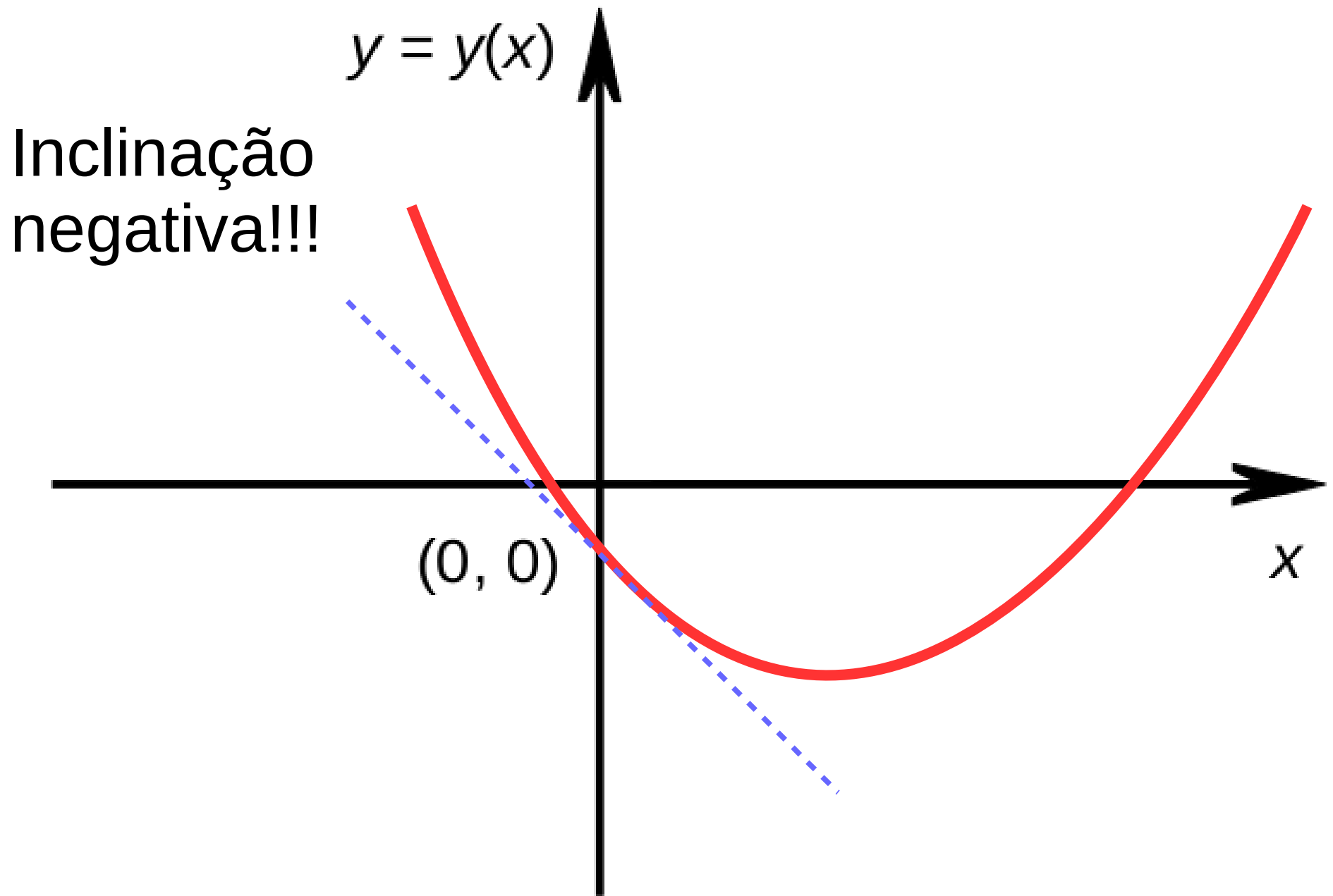


Figure 5:  $b < 0$

$$s(t) = 5 - 2t + 4t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

Q. 01 – CÁLCULO DO  $\Delta$

Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = 5 - 2t + 4t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = 5 - 2t + 4t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES



$$s(t) = 5 \underbrace{- 2t}_{b} + \underbrace{4}_{a} t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = \underbrace{5}_c - \underbrace{2}_b t + \underbrace{4}_a t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = \underbrace{5}_c - \underbrace{2}_b t + \underbrace{4}_a t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = \underbrace{5}_c - \underbrace{2}_b t + \underbrace{4}_a t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = -76$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$s(t) = \underbrace{5}_c - \underbrace{2}_b t + \underbrace{4}_a t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = -76$$

### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow$$

$$s(t) = \underbrace{5}_c - \underbrace{2}_b t + \underbrace{4}_a t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

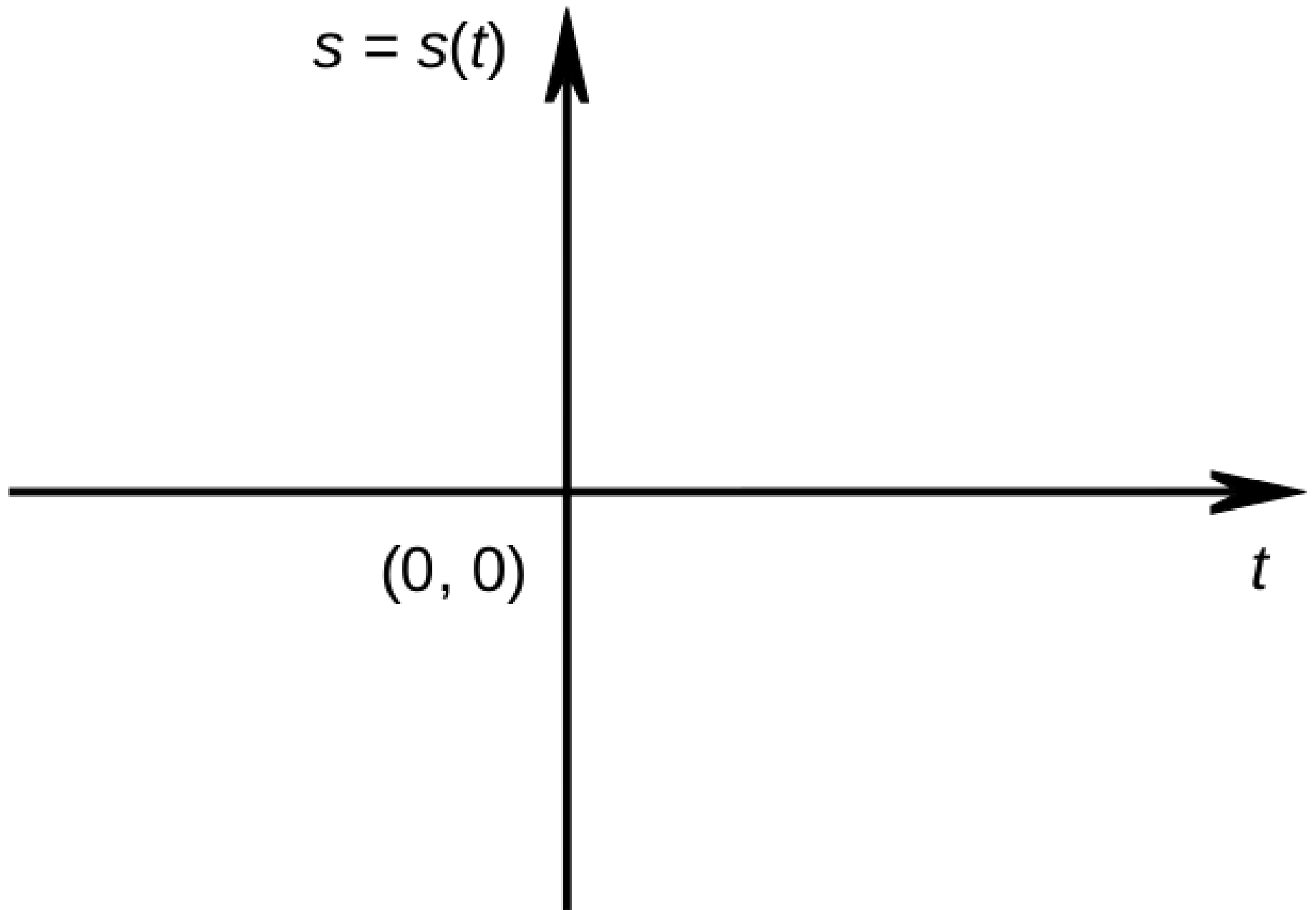
### Q. 01 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = -76$$

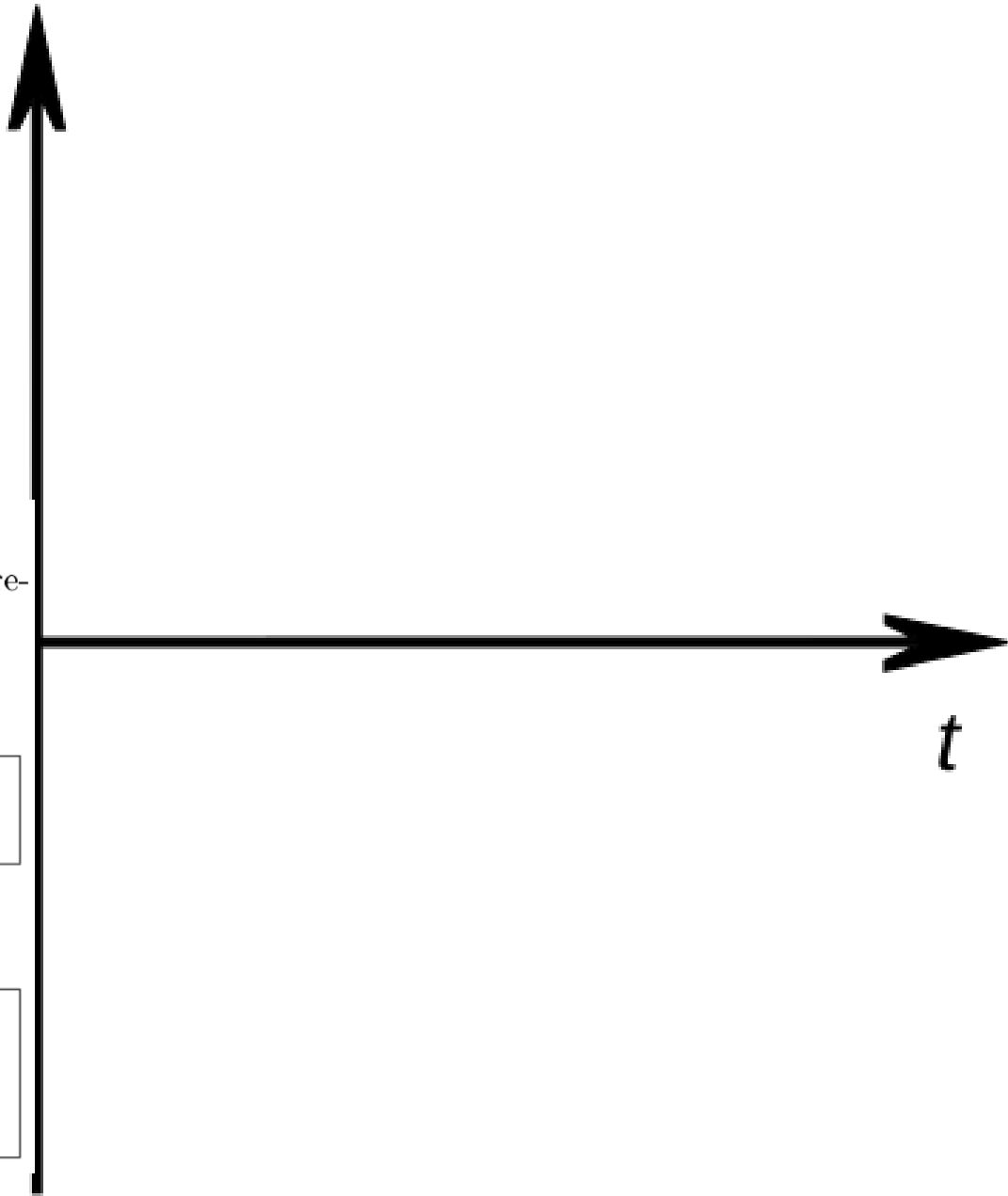
### Q. 02 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Não existe Raiz Real pois:} \\ \Delta < 0 \end{array} \right.$$

# O GRÁFICO FINAL



# O GRÁFICO FINAL

$$S = S(t)$$


$$s(t) = \underset{c}{5} - \underset{b}{2}t + \underset{a}{4}t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

Q. 01 - CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = -76$$

Q. 02 - CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Não existe Raiz Real pois:} \\ \Delta < 0 \end{array} \right.$$



# O GRÁFICO FINAL

$$\begin{aligned} a &> 0 \\ b &= -2 \\ c &= 5 \end{aligned}$$

$$S = S(t)$$

$$s(t) = \underbrace{5}_{c} - \underbrace{2}_{b}t + \underbrace{4}_{a}t^2$$

Primeiro vamos verificar se esta função possui raízes. Lembremos do  $\Delta$ :

Q. 01 - CÁLCULO DO  $\Delta$

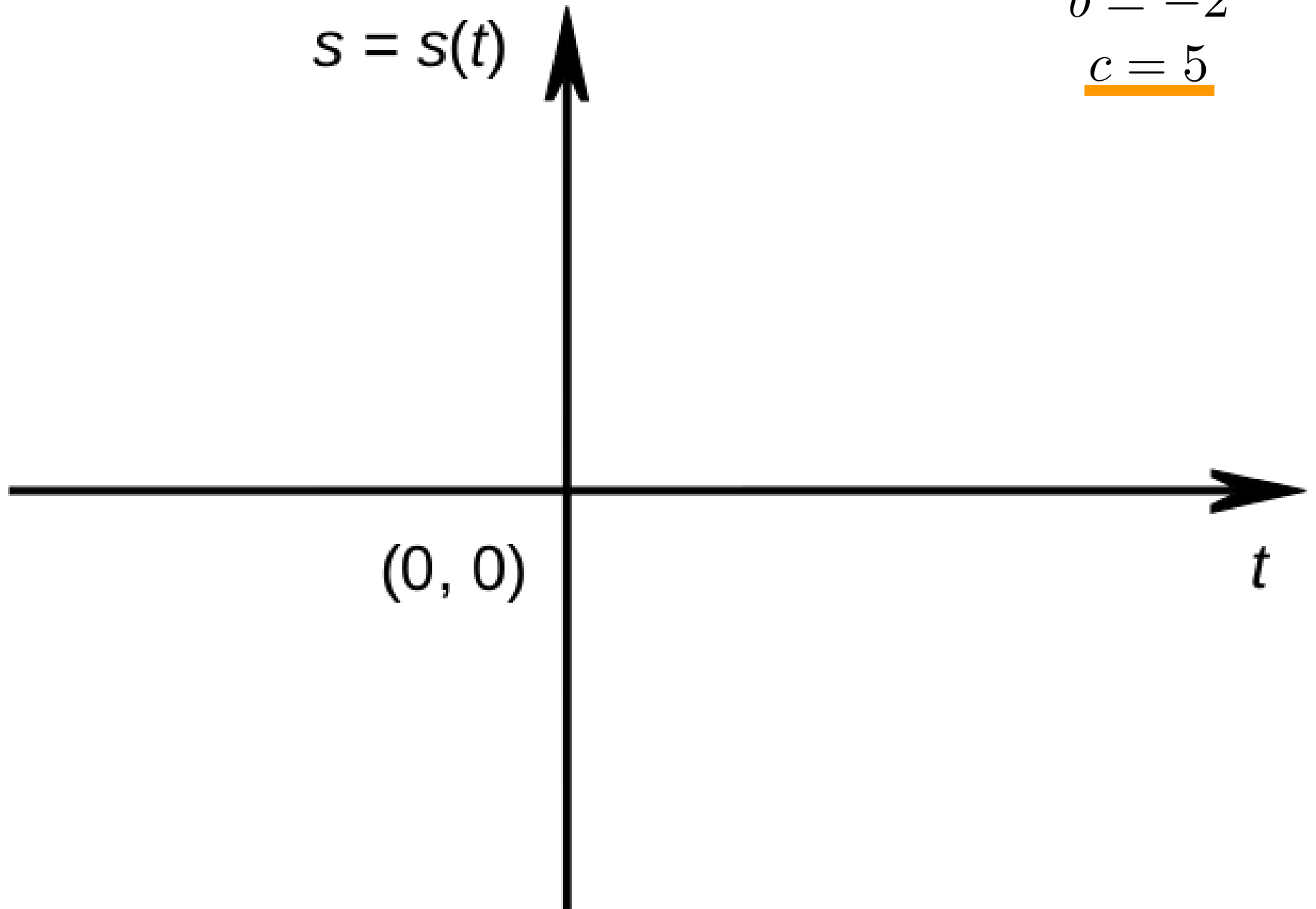
$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = -76$$

Q. 02 - CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Não existe Raiz Real pois:} \\ \Delta < 0 \end{array} \right.$$

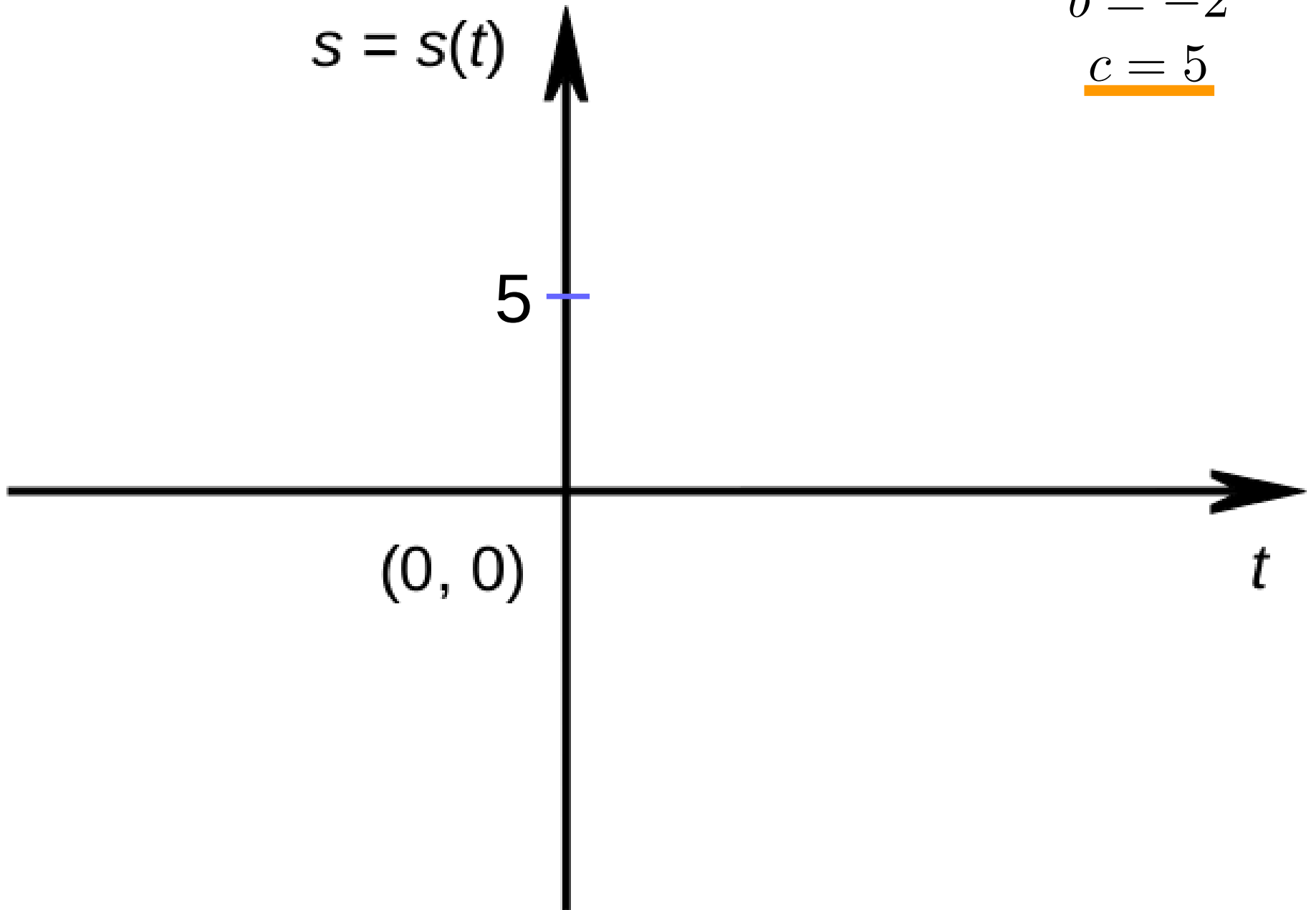
# O GRÁFICO FINAL

$$a > 0$$
$$b = -2$$
$$\underline{c = 5}$$



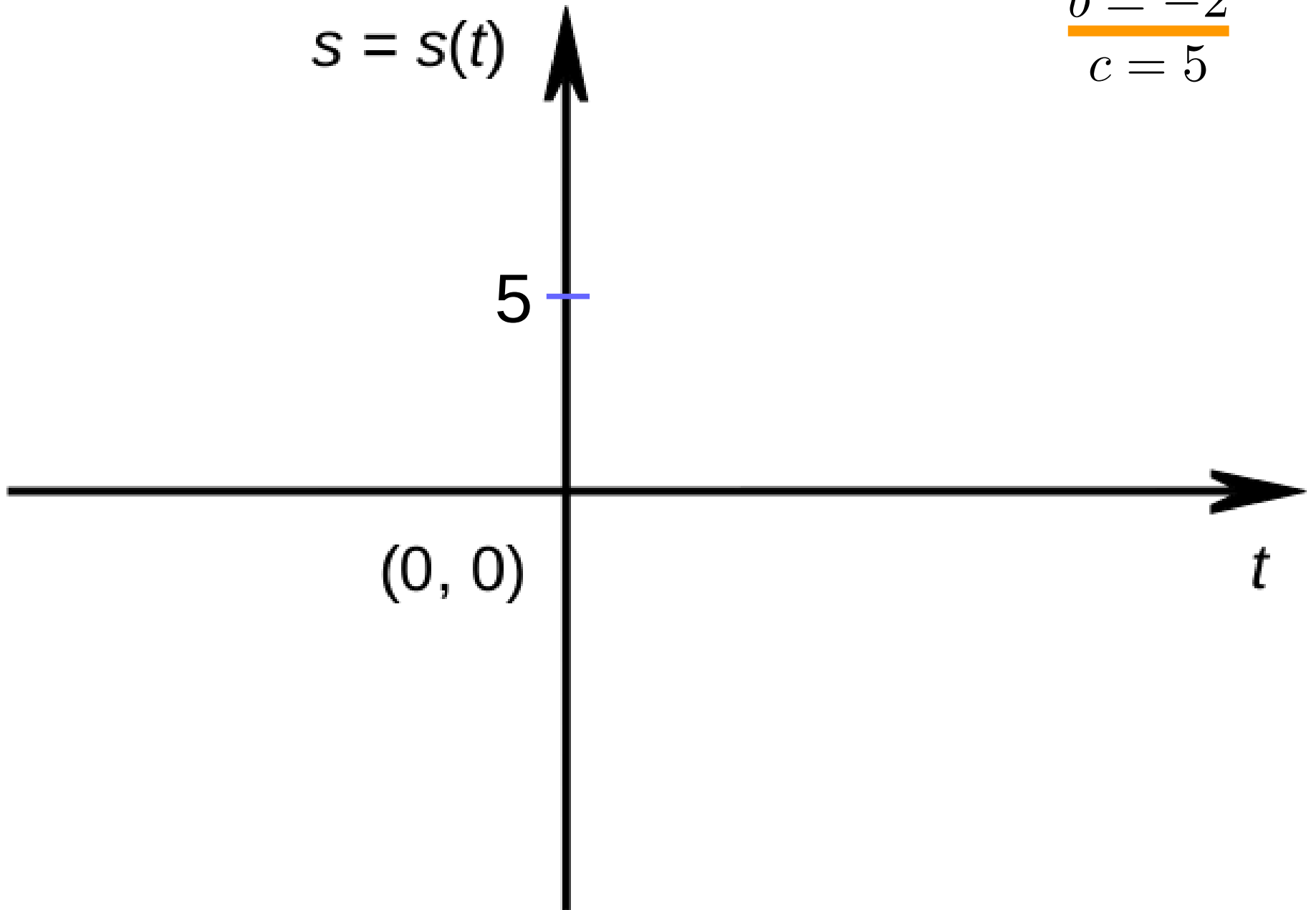
# O GRÁFICO FINAL

$$a > 0$$
$$b = -2$$
$$\underline{c = 5}$$



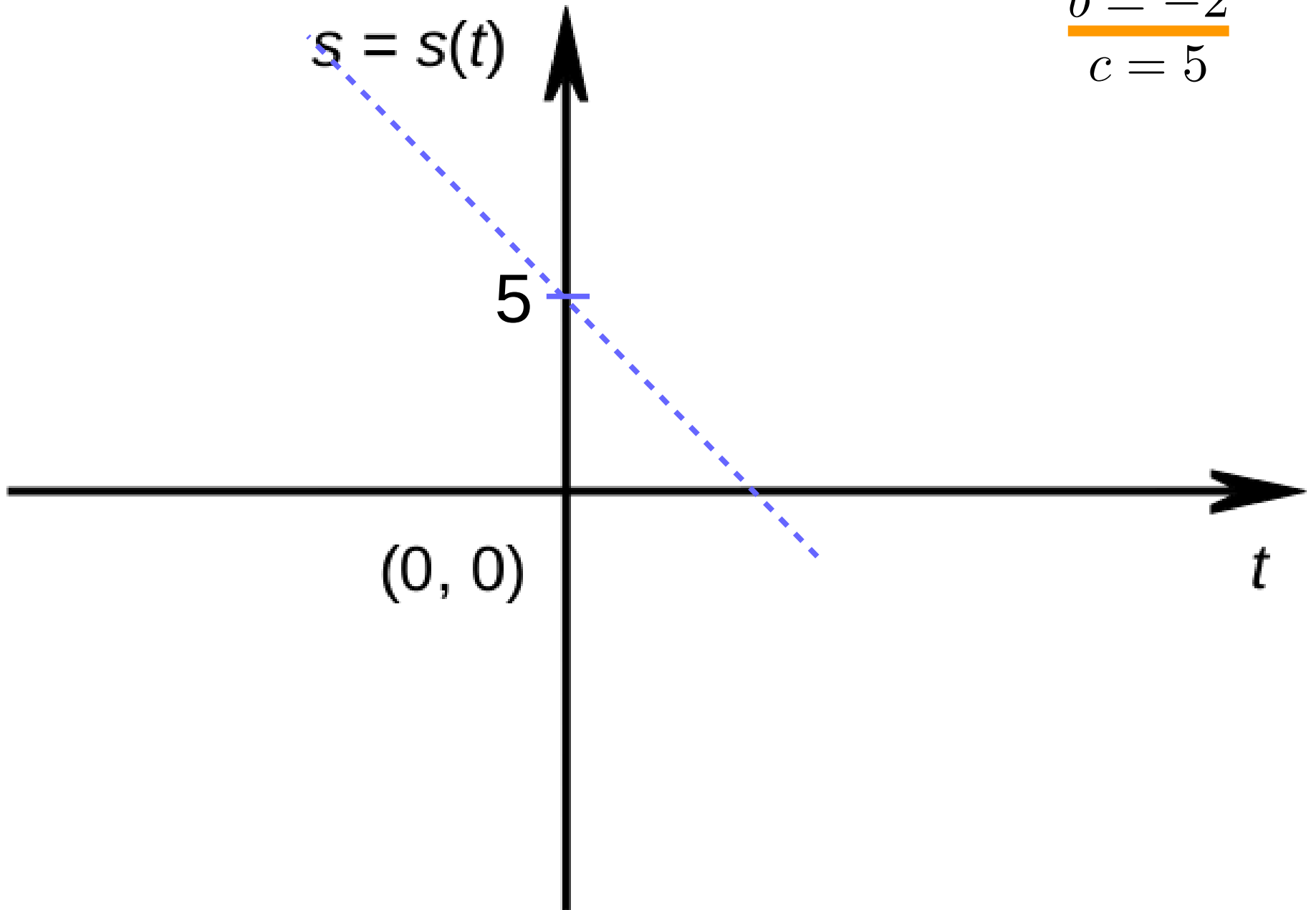
# O GRÁFICO FINAL

$$\begin{aligned} a &> 0 \\ b &= -2 \\ c &= 5 \end{aligned}$$



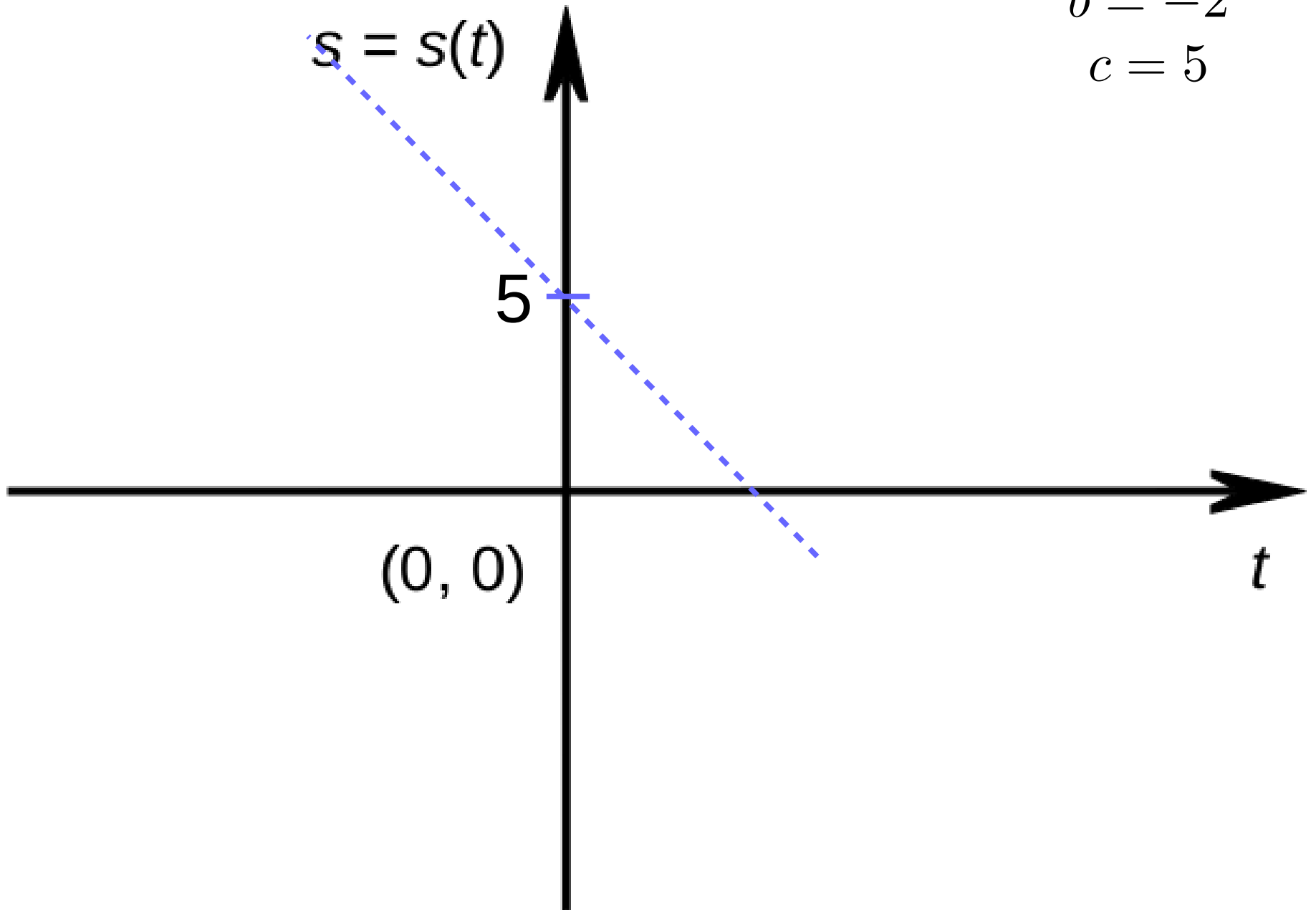
# O GRÁFICO FINAL

$$\begin{aligned} a &> 0 \\ b &= -2 \\ c &= 5 \end{aligned}$$



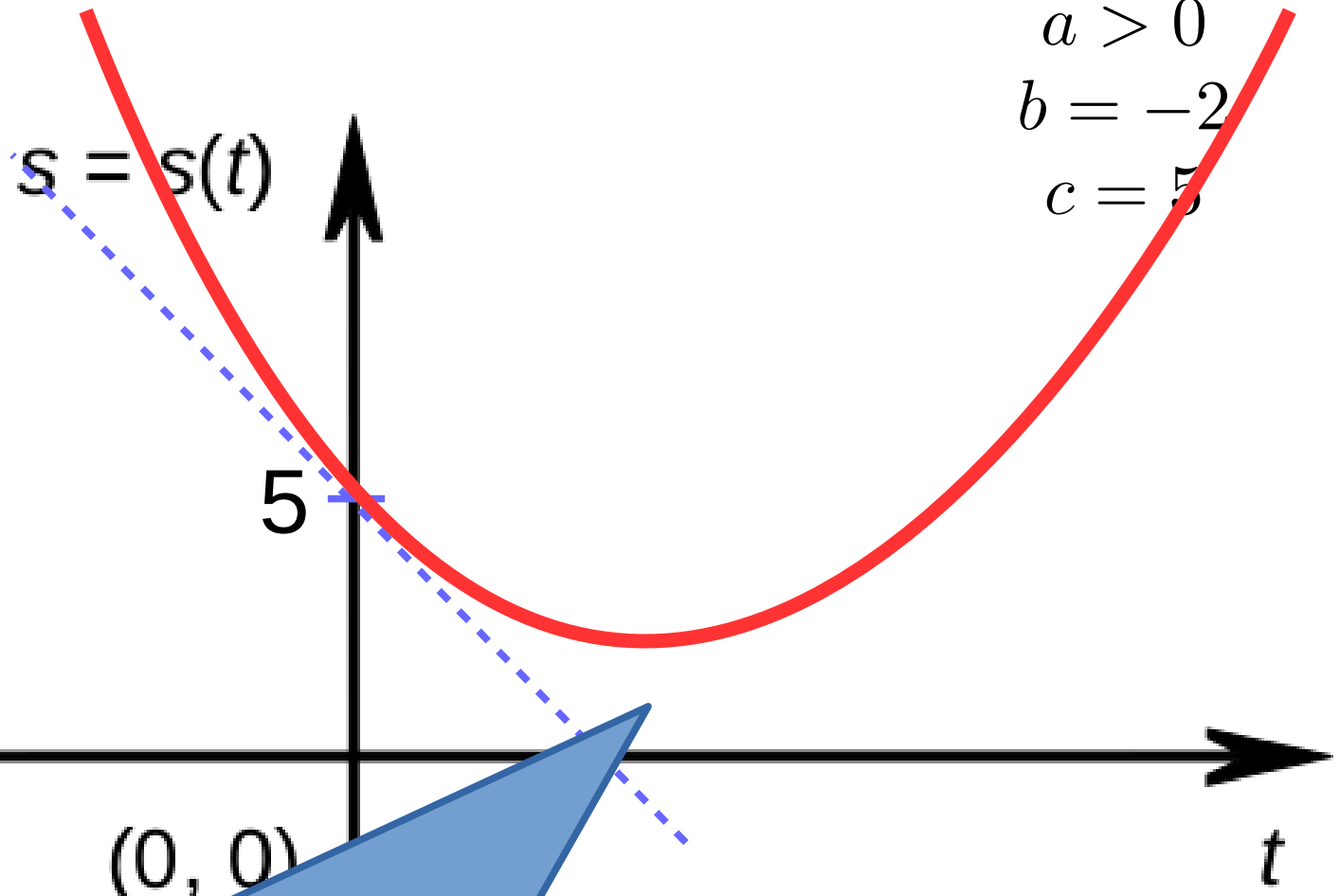
# O GRÁFICO FINAL

$$\underline{a > 0}$$
$$b = -2$$
$$c = 5$$



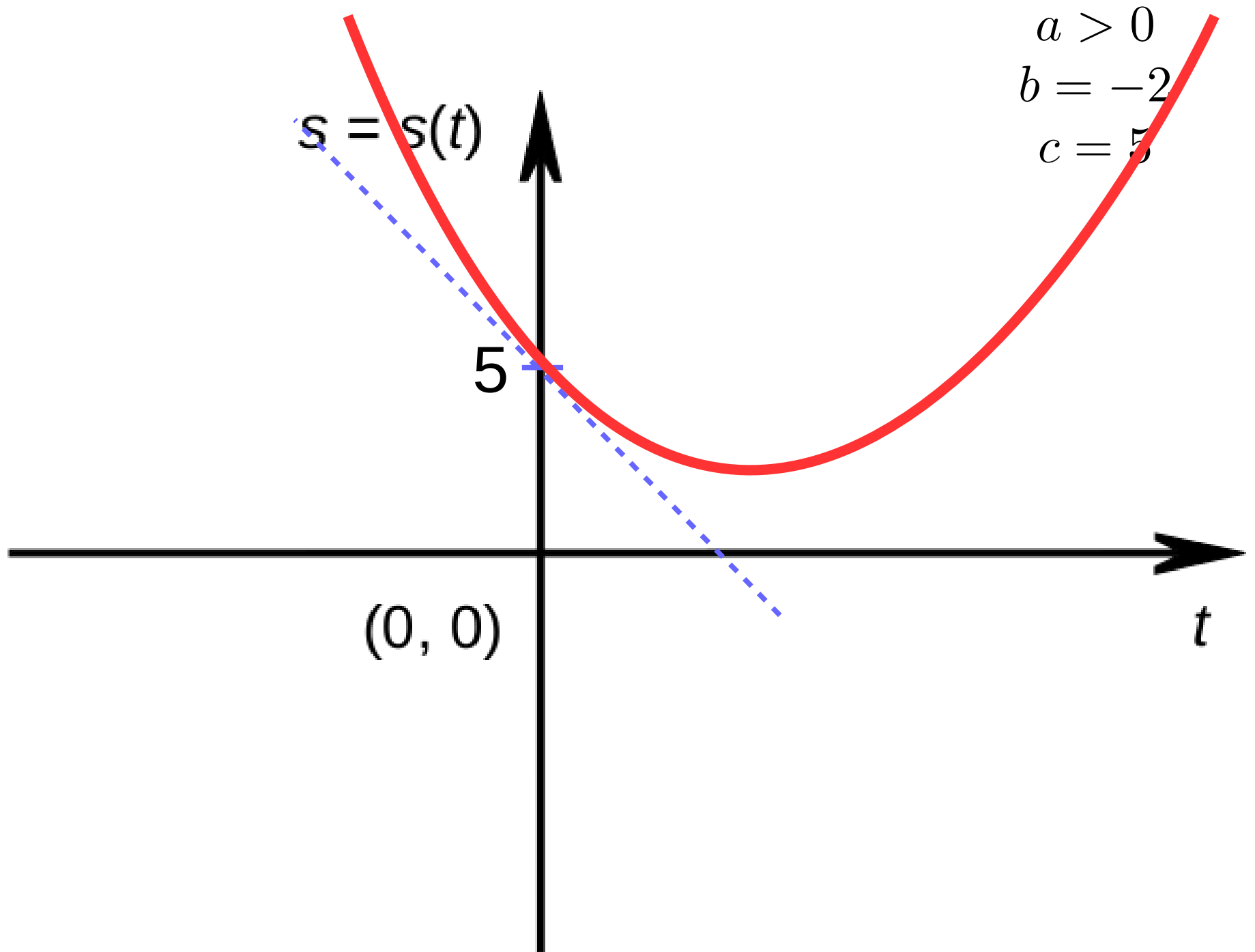
# O GRÁFICO FINAL

$$\begin{aligned} a &> 0 \\ b &= -2 \\ c &= 5 \end{aligned}$$



Lembre-se: como o DELTA é menor que zero, a equação não possui raízes, portanto o gráfico não toca o eixo x.

# O GRÁFICO FINAL





Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$

Q. 04 – CÁLCULO DAS RAÍZES

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

Q. 04 – CÁLCULO DAS RAÍZES

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

**Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$**

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-1) \Rightarrow$$

**Q. 04 – CÁLCULO DAS RAÍZES**

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 9$$

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 9$$

Q. 04 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow$$

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

**Q. 03 – CÁLCULO DO  $\Delta$**

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 9$$

**Q. 04 – CÁLCULO DAS RAIZES**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow$$

Outro exemplo:

$$s(t) = -10 - 7t - t^2$$

### Q. 03 – CÁLCULO DO $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 9$$

### Q. 04 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow x = \frac{7 \pm 3}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

# O GRÁFICO FINAL

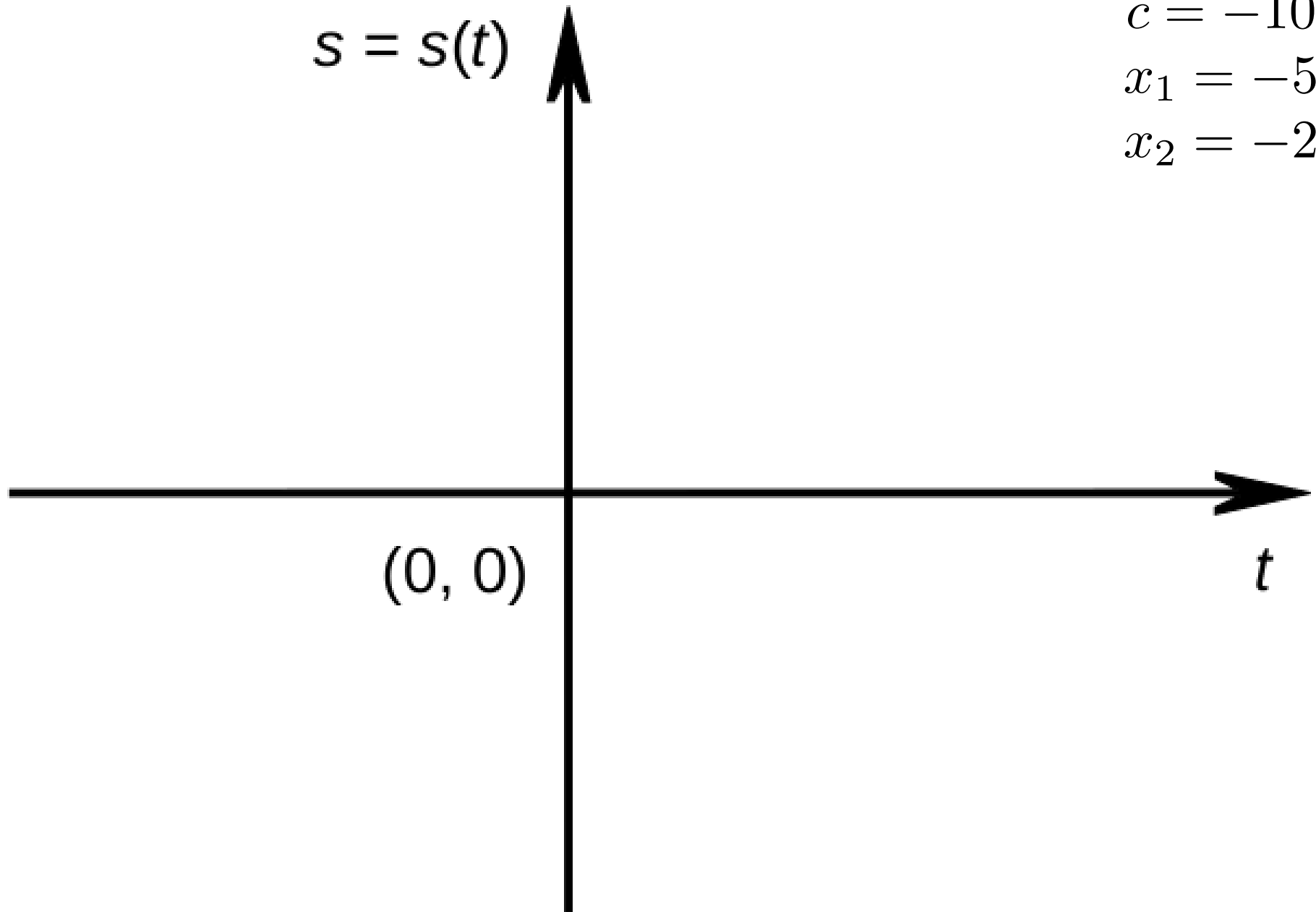
$$a < 0$$

$$b = -7$$

$$c = -10$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$





# O GRÁFICO FINAL

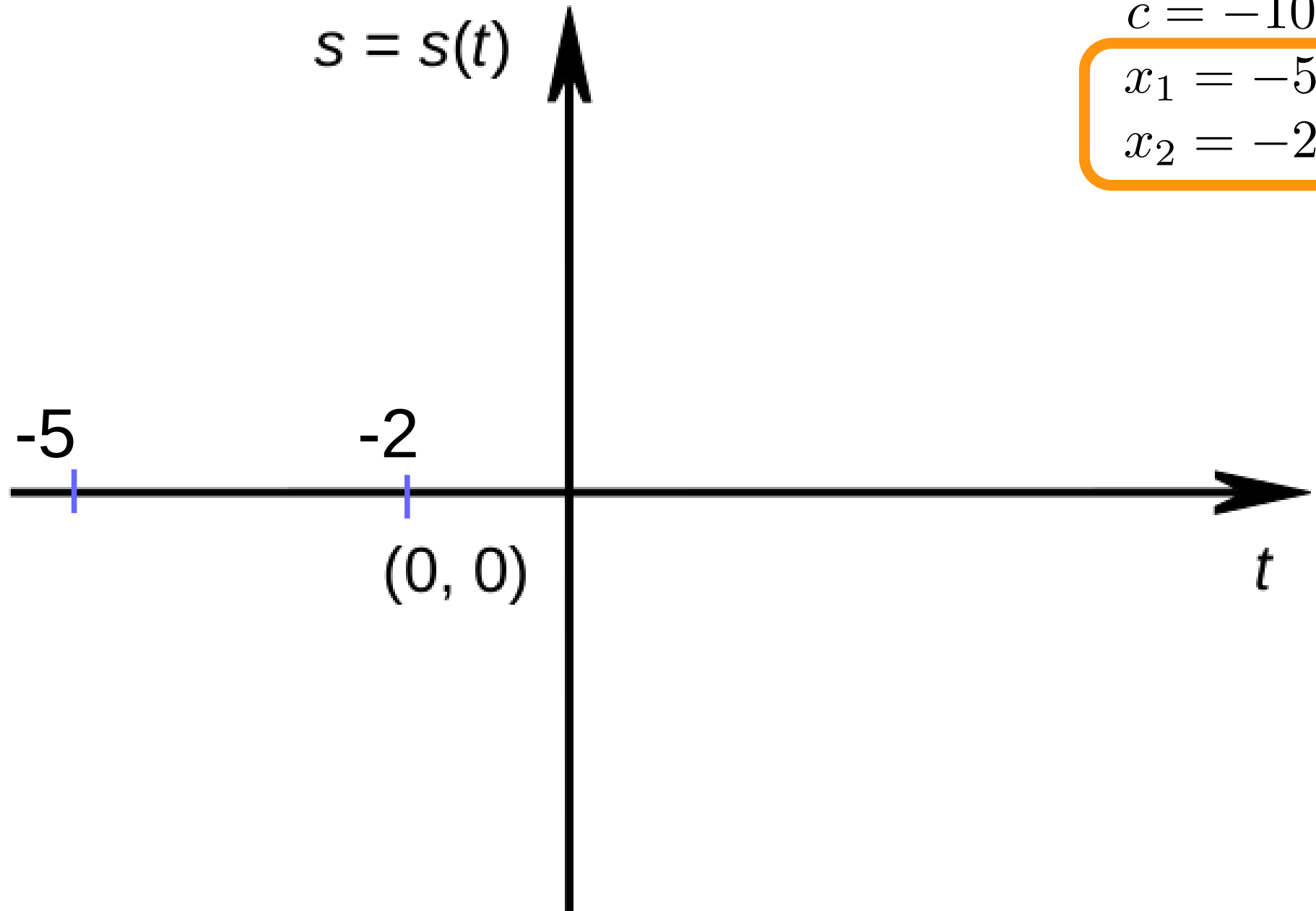
$$a < 0$$

$$b = -7$$

$$c = -10$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$



# O GRÁFICO FINAL

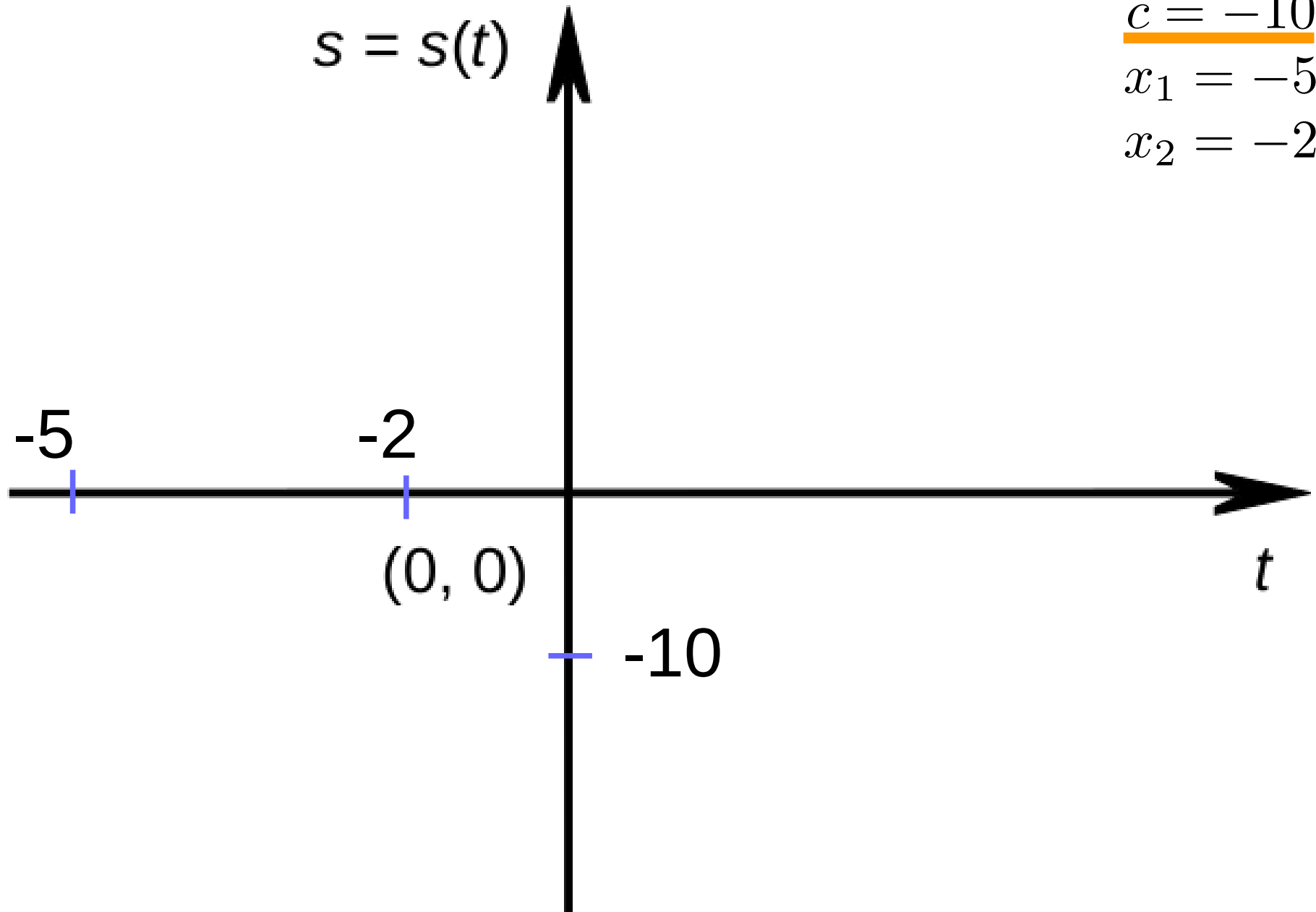
$$a < 0$$

$$b = -7$$

$$\underline{c = -10}$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$



# O GRÁFICO FINAL

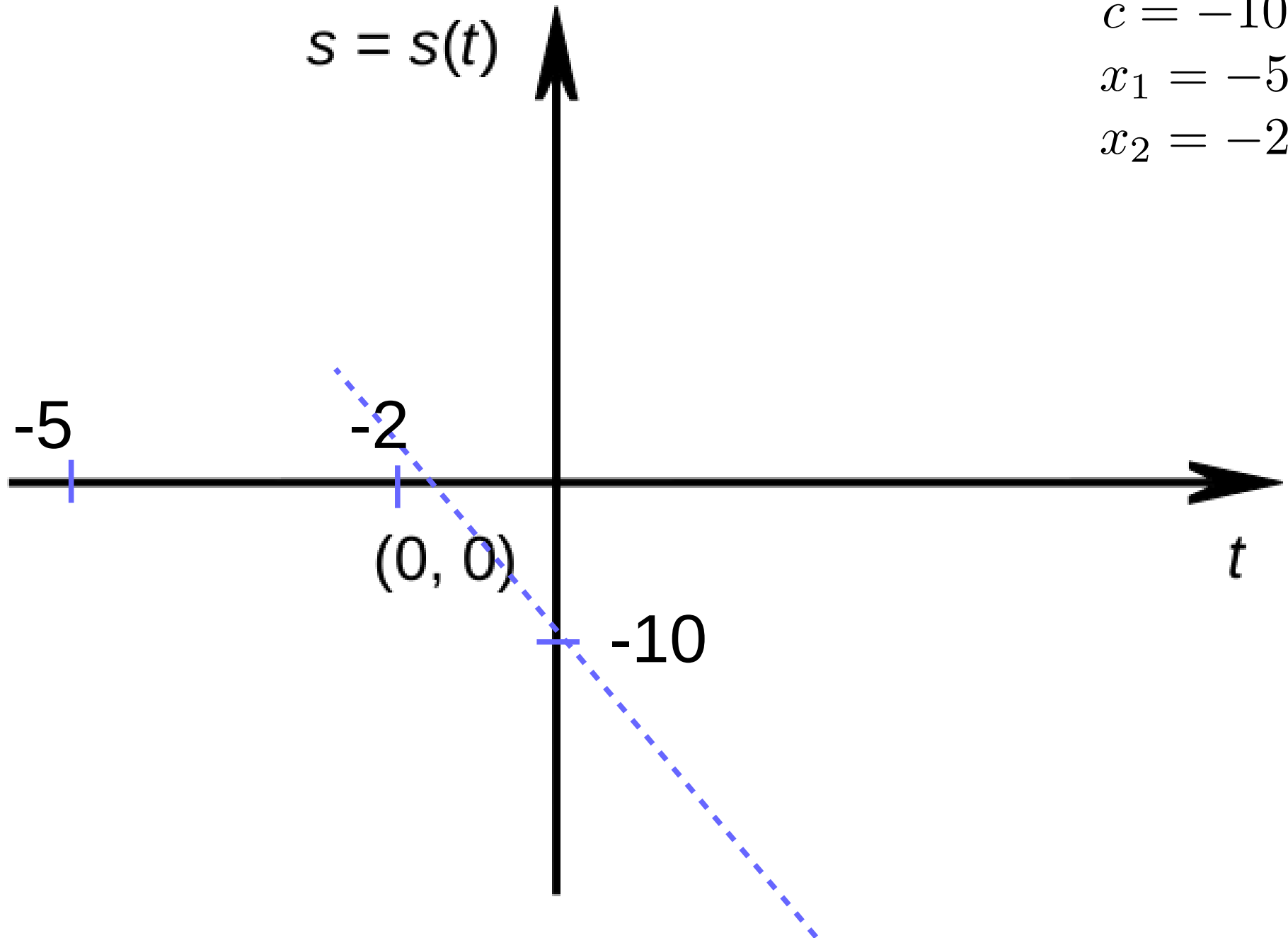
$$a < 0$$

$$\underline{b = -7}$$

$$c = -10$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$



# O GRÁFICO FINAL

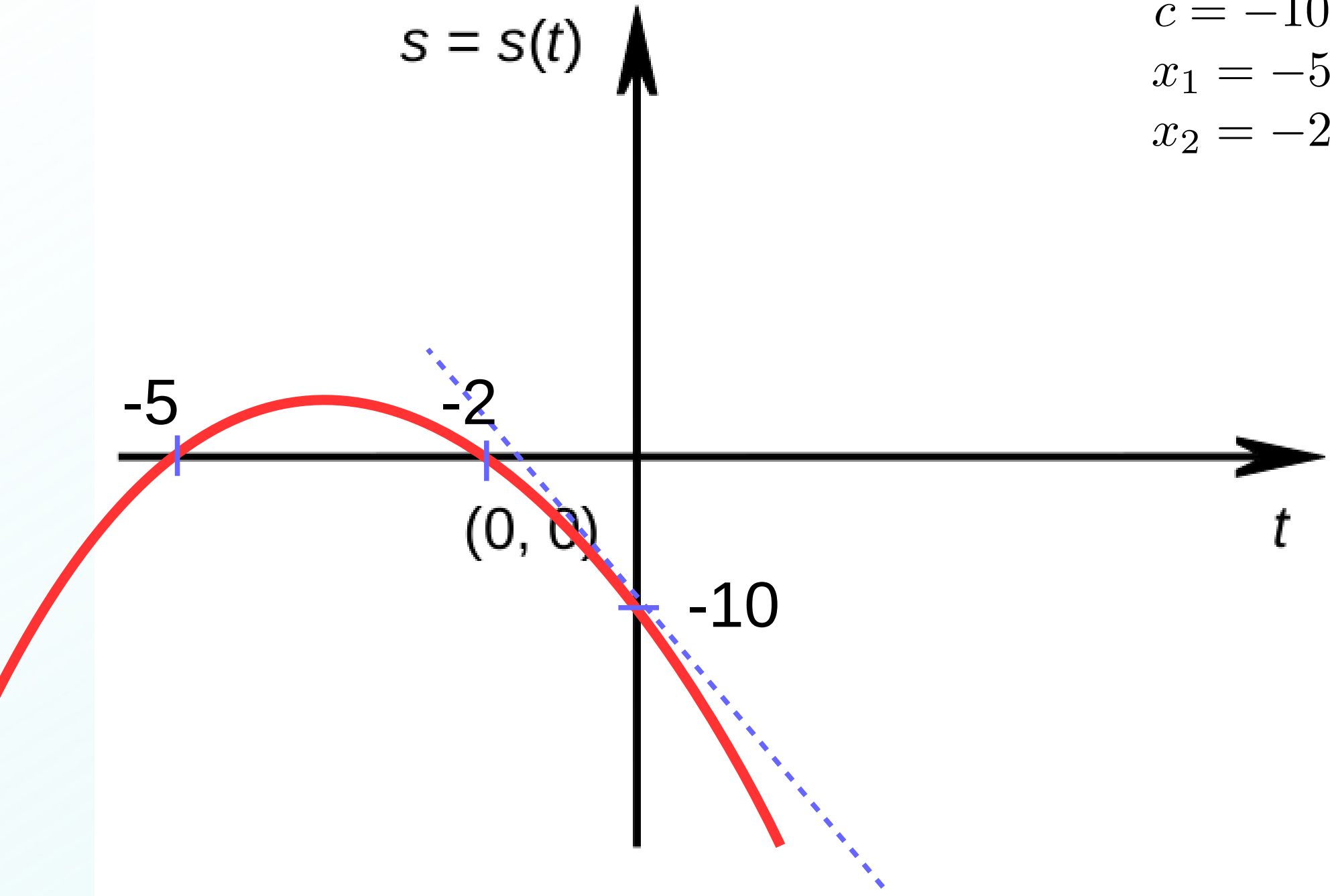
$$\underline{a < 0}$$

$$b = -7$$

$$c = -10$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$



# O GRÁFICO FINAL

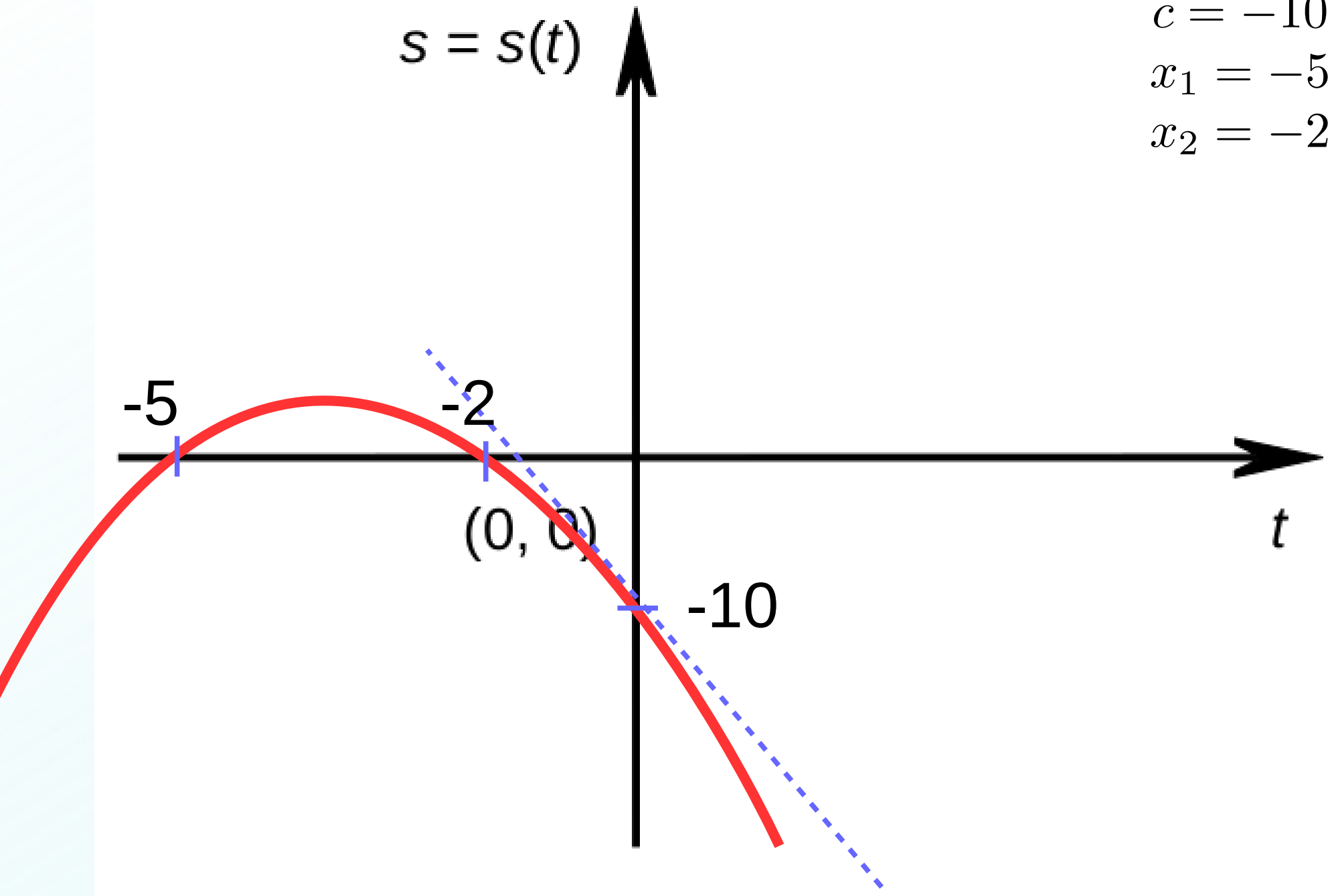
$$a < 0$$

$$b = -7$$

$$c = -10$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = -2$$



Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 0$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES



Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 0$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow$$

Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 0$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm 0}{2 \cdot (-4)} \Rightarrow$$

Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 0$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm 0}{2 \cdot (-4)} \Rightarrow x_1 = x_2 = 1$$

Exemplo final:

$$s(t) = -4 + 8t - 4t^2$$

Q. 05 – CÁLCULO DO  $\Delta$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 0$$

Q. 06 – CÁLCULO DAS RAÍZES

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm 0}{2 \cdot (-4)} \Rightarrow x_1 = x_2 = 1$$

Dizemos que as raízes são coincidentes

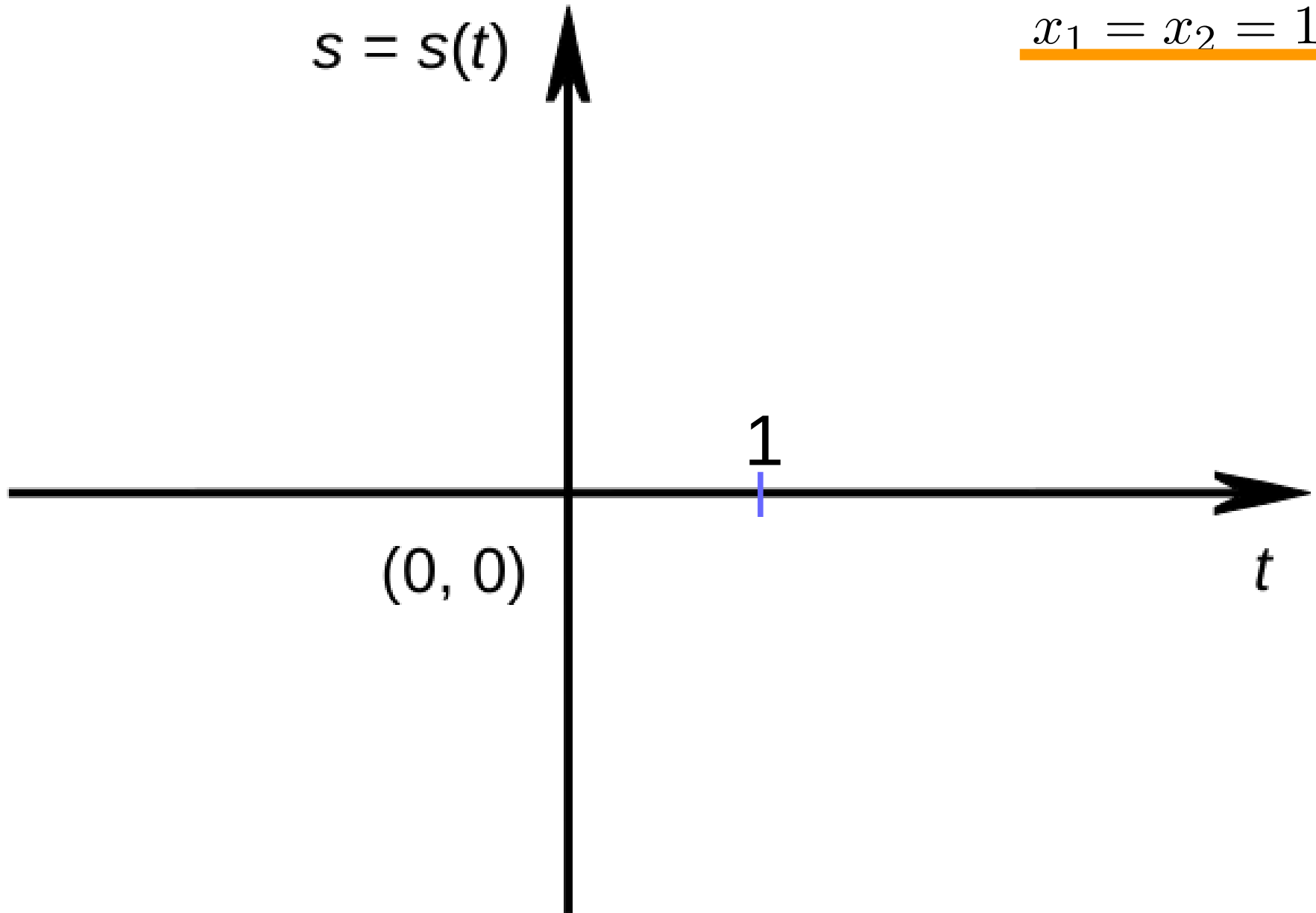
# O GRÁFICO FINAL

$$a < 0$$

$$b = 8$$

$$c = -4$$

$$\underline{x_1 = x_2 = 1}$$



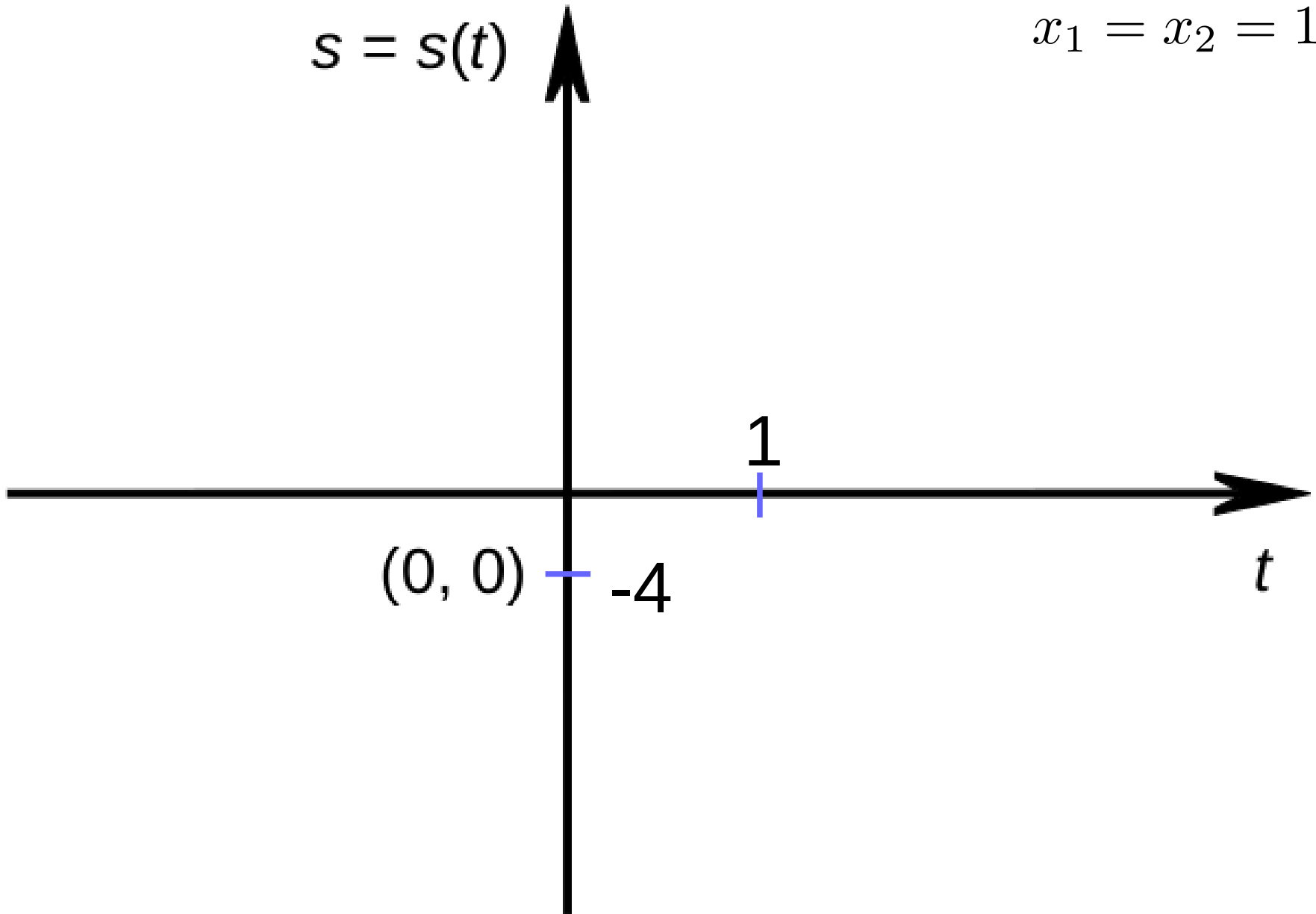
# O GRÁFICO FINAL

$$a < 0$$

$$b = 8$$

$$\underline{c = -4}$$

$$x_1 = x_2 = 1$$



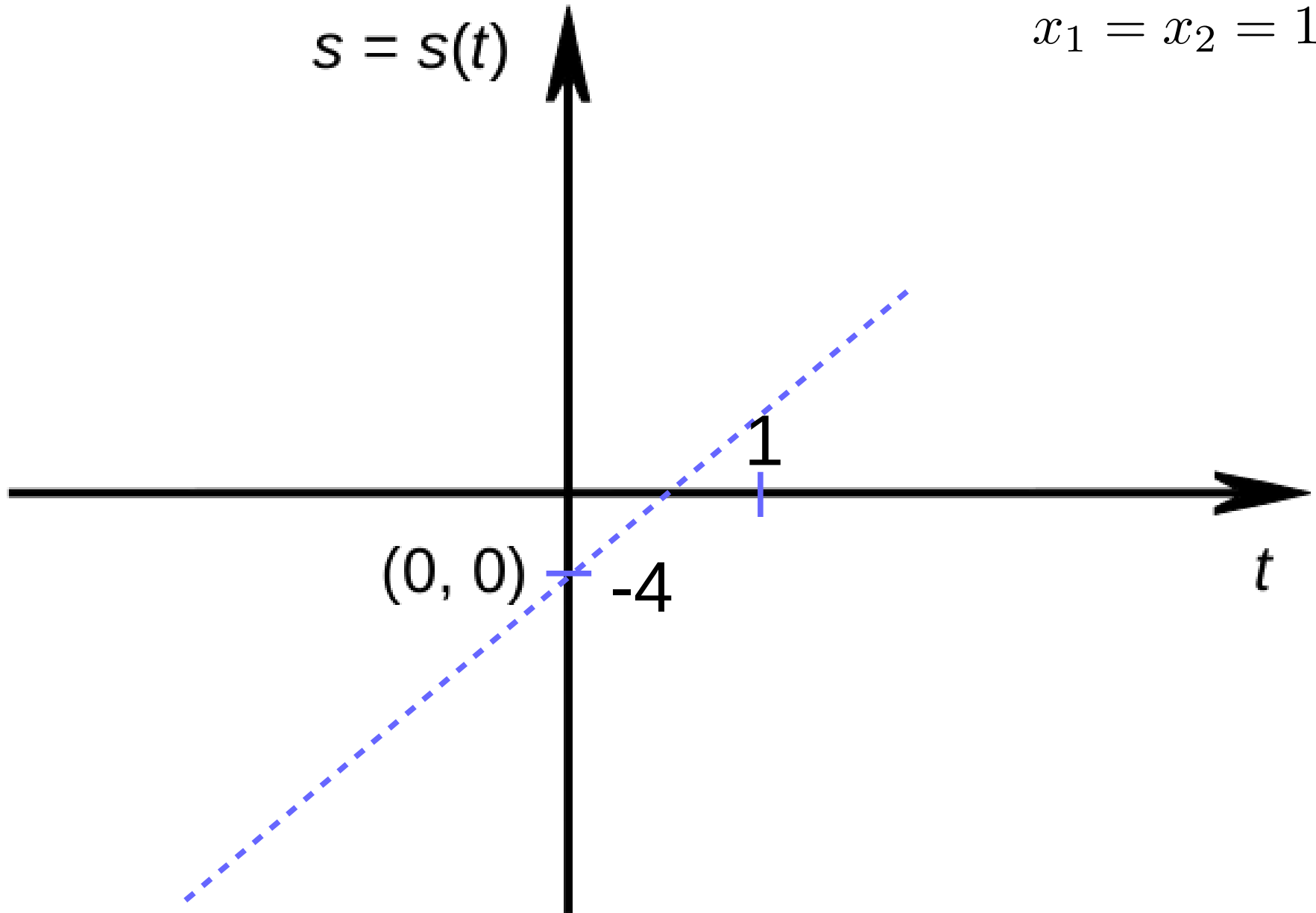
# O GRÁFICO FINAL

$$a < 0$$

$$\underline{b = 8}$$

$$c = -4$$

$$x_1 = x_2 = 1$$



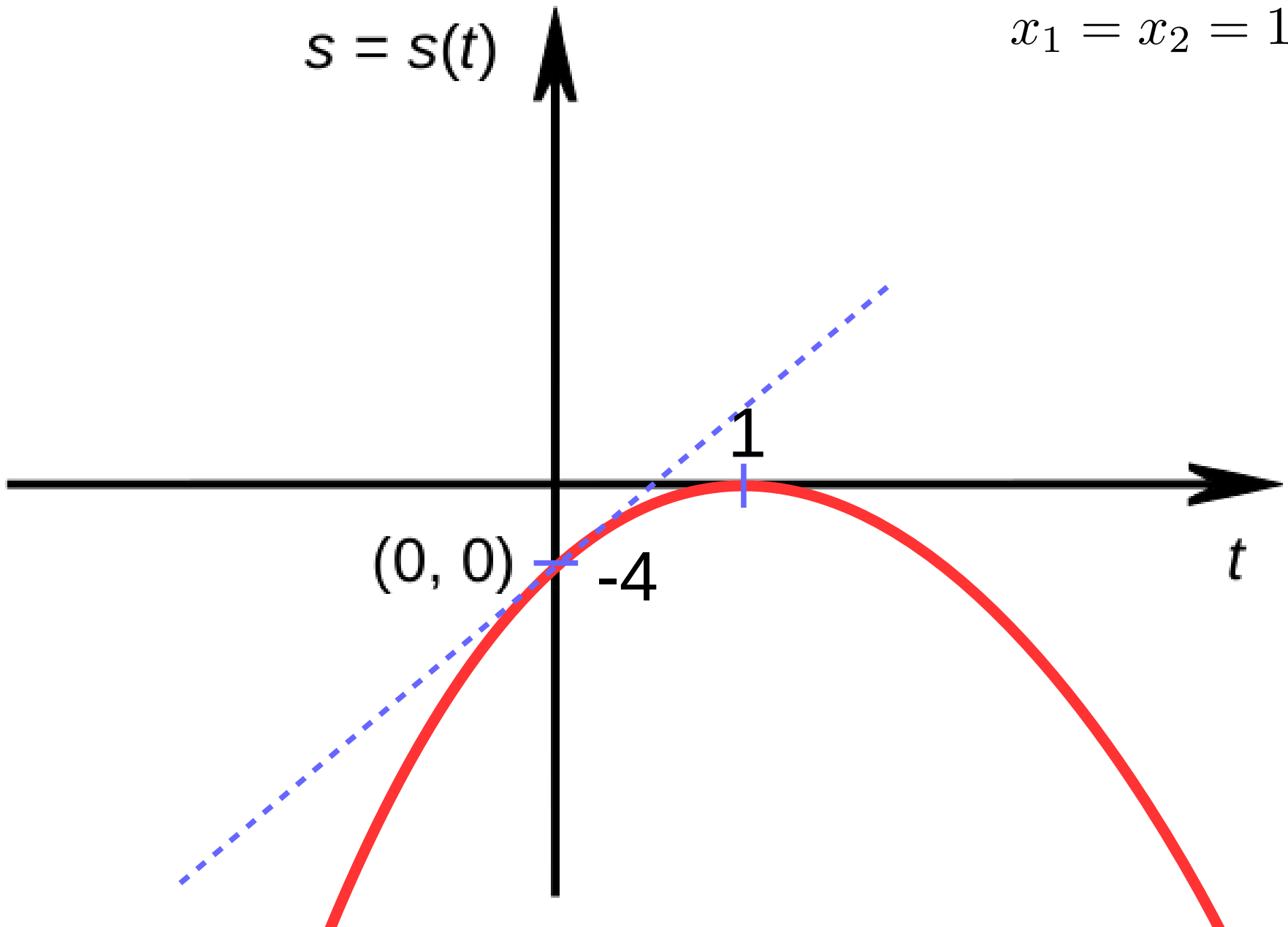
# O GRÁFICO FINAL

$$a < 0$$

$$b = 8$$

$$c = -4$$

$$x_1 = x_2 = 1$$





# O GRÁFICO FINAL

$$a < 0$$

$$b = 8$$

$$c = -4$$

$$x_1 = x_2 = 1$$

