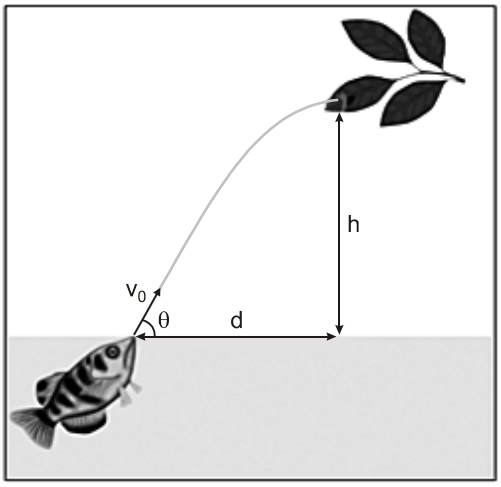
1**.** (Ita 2014) Partindo do repouso, uma bolinha cai verticalmente sobre um plano inclinado de um ângulo θ com relação à horizontal, originando seguidos choques perfeitamente elásticos. Se d é a distância inicial da bolinha ao plano, obtenha, em função de *d*, *n* e θ, a distância do ponto do *n*-ésimo choque em relação ao ponto do primeiro choque.

2**.** (Ufg 2014) Os peixes da família *Toxotidae,* pertencentes à ordem dos Perciformes, naturais da Ásia e da Austrália, são encontrados em lagoas e no litoral. Eles são vulgarmente chamados de *peixes-arqueiros* pela peculiar técnica de caça que utilizam. Ao longo da evolução, tais peixes desenvolveram a extraordinária habilidade de atingir suas presas, geralmente insetos que descansam sobre ramos ou folhas próximos à superfície da água, por meio de um violento jato de água disparado pela boca. Para acertar seus alvos com tais jatos de água, instintivamente os peixes levam em conta tanto a refração da água quanto o ângulo de saída do jato em relação à superfície da água. Conforme o exposto, considere um peixe-arqueiro que aviste um inseto a uma distância *d* e uma altura *h*, como indicado na figura.

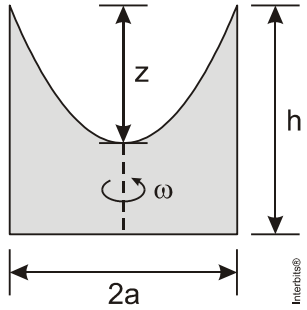


Para os casos em que *h* = *d*,

a) calcule a distância horizontal aparente, ou seja, a distância da presa percebida pelo peixe-arqueiro devido à refração, supondo que a água possua um índice de refração $n = \sqrt{2}$;

b) determine uma expressão para o módulo da velocidade inicial v_0 do jato de água emitido pelo peixe-arqueiro em função de *d* e da aceleração da gravidade *g*, supondo que a velocidade inicial forme um ângulo $\theta = 60°$ com a superfície da água.

3. (Ita 2014) Um cilindro de altura h e raio a, com água até uma certa altura, gira com velocidade angular ω constante. Qual o valor máximo de ω para que a água não transborde, sabendo que neste limite a altura z (ver figura) é igual a $h/3+\omega^2a^2/(4g)$?



Dado: num referencial que gira com o cilindro, e, portanto, considerando a força centrífuga, todos os pontos da superfície da água têm mesma energia potencial.

a) $\omega=\sqrt{2gh/(3a^2)}$

b) $\omega=\sqrt{4ga/(9h^2)}$

c) $\omega=\sqrt{4ga/(3h^2)}$

d) $\omega=\sqrt{4gh/(3a^2)}$

e) $\omega=\sqrt{4gh/(9a^2)}$

4**.** (Ufg 2014) Em 1989, foi anunciada a realização em laboratório da assim chamada “fusão a frio”, um processo de fusão nuclear à temperatura ambiente realizada por meio de uma célula eletroquímica. Apesar do clamor inicial suscitado por esse resultado, experimentos sucessivos não conseguiram reproduzi-lo. De acordo com o que foi divulgado à época, núcleos de deutério ^{2}H se fundiam por meio das reações:

$$^{2}H + {}^{2}H \rightarrow {}^{3}He + n + E_1$$

$$^{2}H + {}^{2}H \rightarrow {}^{3}He + {}^{1}H + E_2$$

Para a situação apresentada, considere uma célula eletroquímica que possibilite o processo de fusão a frio gerando uma potência de $11{,}2\ W$. Na hipótese de que as duas reações aconteçam com a mesma frequência, conclui-se que os nêutrons liberados durante 1 segundo seriam:

Dados: $E_1 \approx 3{,}0\ MeV$

$E_2 \approx 4{,}0\ MeV$

$1\ eV = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J$

a) 1×10^{13}

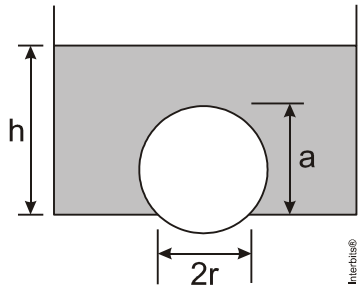
b) 3×10^{13}

c) 4×10^{13}

d) 4×10^{19}

e) 7×10^{19}

5. (Ita 2014) Uma esfera de massa m tampa um buraco circular de raio r no fundo de um recipiente cheio de água de massa específica ρ.



Baixando-se lentamente o nível da água, num dado momento a esfera se desprende do fundo do recipiente. Assinale a alternativa que expressa a altura h do nível de água para que isto aconteça, sabendo que o topo da esfera, a uma altura a do fundo do recipiente, permanece sempre coberto de água.

a) $m/(\rho\pi a^2)$

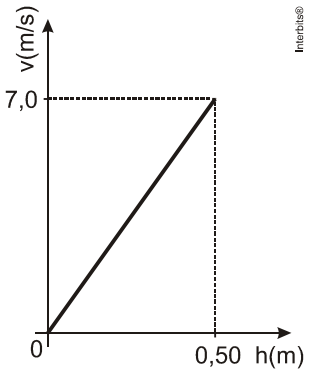
b) $m/(\rho\pi r^2)$

c) $a(3r^2+a^2)/(6r^2)$

d) $a/2 - m/(\rho\pi r^2)$

e) $a(3r^2+a^2)/(6r^2) - m/(\rho\pi r^2)$

6**.** (Acafe 2014) Buscando aumentar a resistência dos músculos de um paciente, um fisioterapeuta elaborou um exercício de hidroginástica com o auxilio de uma bola. O exercício consistia na atividade de baixar uma bola de raio r metros e massa 0,4 kg até que sua base ficasse a uma profundidade de h metros da superfície da água. Após a realização o exercício algumas vezes, o fisioterapeuta observou que quando o paciente abandonava a bola daquela profundidade ela subia certa altura acima da superfície da água. Decidiu, então, com o auxilio do gráfico abaixo, que despreza a força de resistência da água e mostra o aumento da velocidade da bola enquanto está totalmente submersa, investigar o movimento da bola, e fez algumas suposições a respeito desse movimento.

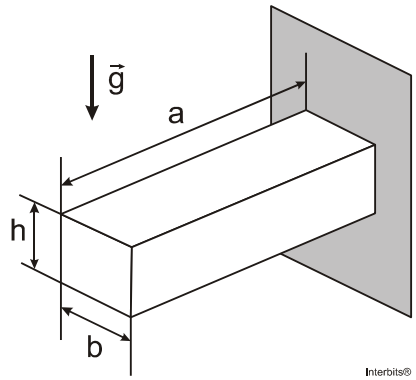


Desprezando a resistência do ar, considerando que a bola sobe em linha reta e utilizando o gráfico, verifique quais das suposições levantadas pelo fisioterapeuta estão corretas. (considere a posição zero na profundidade máxima)

I. O módulo do empuxo é maior que o módulo do peso enquanto a bola estiver toda submersa.
II. A medida que a bola sobe de 0 até 0,50m o empuxo sobre ela diminui até que se iguala numericamente ao peso.
III. De acordo com o gráfico, após o abandono da bola na profundidade indicada, até imediatamente antes de tocar a superfície da água, a bola sofre um empuxo superior a 15 N.
IV. O empuxo sobre a bola na profundidade de 0,66m é o dobro do empuxo sobre a bola na profundidade de 0,25m.
V. Quando a bola começa a sair da água, o empuxo que a água exerce sobre ela diminui até que se anula, quando ela está totalmente fora da água, porém, nesse intervalo de tempo sua velocidade aumenta para depois começar a diminuir.

Todas as afirmações **corretas** estão em:
a) IV - V
b) III - IV
c) I - III - V
d) II - III - IV

7**.** (Ita 2014) O módulo de Young de um material mede sua resistência a deformações causadas por esforços externos. Numa parede vertical, encontra-se engastado um sólido maciço de massa específica ρ e módulo de Young ε, em formato de paralelepípedo reto, cujas dimensões são indicadas na figura.



Com base nas correlações entre grandezas físicas, assinale a alternativa que melhor expressa a deflexão vertical sofrida pela extremidade livre do sólido pela ação do seu próprio peso.

a) $3\rho gab/(2\varepsilon)$

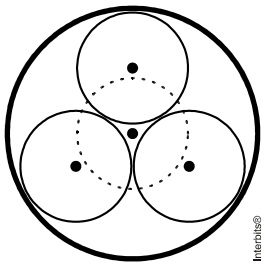
b) $3\rho gb^2/2\varepsilon$

c) $3\varepsilon b^2h^2/(2\rho ga^4)$

d) $3\rho ga^4/(2\varepsilon h^2)$

e) $3\rho gbh/(2\varepsilon)$

8**.** (Ita 2014) Um recipiente cilíndrico vertical contém em seu interior três esferas idênticas de mesmo peso P que são tangentes entre si e também à parede interna do recipiente. Uma quarta esfera, idêntica às anteriores, é então sobreposta às três esferas como ilustrado em pontilhado.



Determine as respectivas intensidades das forças normais em função de P que a parede do recipiente exerce nas três esferas.

9**.** (Udesc 2014) Um satélite está em uma órbita circular em torno de um planeta de massa *M* e raio *R* a uma altitude *H*. Assinale a alternativa que representa a velocidade escalar adicional que o satélite precisa adquirir para escapar completamente do planeta.

a) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

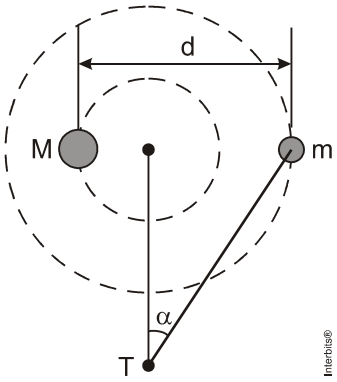
b) $\sqrt{\frac{2GM}{R+H}}$

c) $\sqrt{\frac{GM}{R+H}}$

d) $\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{\frac{GM}{R+H}}$

e) $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

10**.** (Ita 2014) Um sistema binário é formado por duas estrelas esféricas de respectivas massas m e M, cujos centros distam d entre si, cada qual descrevendo um movimento circular em torno do centro de massa desse sistema.



Com a estrela de massa m na posição mostrada na figura, devido ao efeito Doppler, um observador T da Terra detecta uma raia do espectro do hidrogênio, emitida por essa estrela, com uma frequência f ligeiramente diferente da sua frequência natural f_0. Considere a Terra em repouso em relação ao centro de massa do sistema e que o movimento das estrelas ocorre no mesmo plano de observação. Sendo as velocidades das estrelas muito menores que c, assinale a alternativa que explicita o valor absoluto de $(f - f_0)/f_0$. Se necessário, utilize

$(1+x)^n \cong 1+nx$ para $x << 1$.

a) $\sqrt{GM^2/\left[d(M+m)c^2\right]}$

b) $\sqrt{Gm^2 sen^2\alpha/\left[d(M+m)c^2\right]}$

c) $\sqrt{Gm^2\cos^2\alpha/\left[d(M+m)c^2\right]}$

d) $\sqrt{GM^2 sen^2\alpha/\left[d(M+m)c^2\right]}$

e) $\sqrt{GM^2\cos^2\alpha/\left[d(M+m)c^2\right]}$

11**.** (Unicamp 2014) **"**As denúncias de violação de telefonemas e transmissão de dados de empresas e cidadãos brasileiros serviram para reforçar a tese das Forças Armadas da necessidade de o Brasil dispor de seu próprio satélite geoestacionário de comunicação militar" (*O Estado de São Paulo*, 15/07/2013). Uma órbita geoestacionária é caracterizada por estar no plano equatorial terrestre, sendo que o satélite que a executa está sempre acima do mesmo ponto no equador da superfície terrestre. Considere que a órbita geoestacionária tem um raio *r* ≈ 42000 km.

a) Calcule a aceleração centrípeta de um satélite em órbita circular geoestacionária.

b) A energia mecânica de um satélite de massa *m* em órbita circular em torno da terra é dada por $E = -\frac{GMm}{2r}$, em que *r* é o raio da órbita, $M = 6 \times 10^{24}$ kg é a massa da Terra e $G = 6,7 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$. O raio de órbita de satélites comuns de observação (não geoestacionários) é tipicamente de 7000 km. Calcule a energia adicional necessária para colocar um satélite de 200 kg de massa em uma órbita geoestacionária, em comparação a colocá-lo em uma órbita comum de observação.

12**.** (Ita 2014) Duas espiras verticais estacionárias com aproximadamente o mesmo diâmetro d, perpendiculares e isoladas eletricamente entre si, têm seu centro comum na origem de um sistema de coordenadas xyz, na qual também está centrado um imã cilíndrico de comprimento l << d e raio r << l. O imã tem seu polo norte no semieixo x positivo e pode girar livremente em torno do eixo vertical z, sendo mantido no plano xy. Numa das espiras, situada no plano yz, circula uma corrente $I_1 = i\cos(\omega t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo x positivo, e na outra circula uma corrente $I_2 = i\mathrm{sen}(\omega t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo y positivo.

a) Desprezando a diferença de diâmetro entre as espiras, obtenha o campo magnético $\vec{B}$ na origem devido às correntes I_1 e I_2, na forma $B_x\hat{x} + B_y\hat{y}$.
b) Explique, por que, partindo do repouso em t = 0, o ɜmr adquire um movimento de rotaɜro em torno de z. Em que sentido (horário ou anti-horário, visto a partir do semieixo z positivo) ocorre este giro?
c) Ao se aumentar gradativamente a frequência angular ω das correntes, nota-se que o imã passa a girar cada vez mais rápido. Contudo, com o imã inicialmente em repouso e se são repentinamente aplicadas correntes I_2 e I_2 de alta frequência angular, nota-se que o imã praticamente não se move.

Explique a(s) razão(ões).

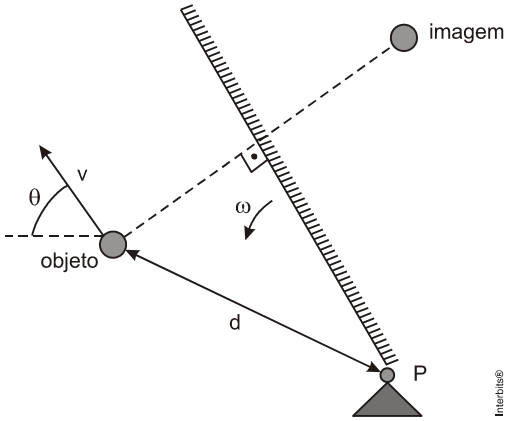
13**.** (Ufg 2014) Em um recipiente com paredes perfeitamente condutoras de calor encontra-se uma solução altamente concentrada de ácido clorídrico à temperatura de 27 °C e à pressão atmosférica. Certa quantidade de pó de magnésio é colocada na solução e, imediatamente depois, o recipiente é tampado com um pistão de massa desprezível, que fica em contato com a superfície do líquido e que pode deslizar sem atrito ao longo do recipiente. Quando a situação de equilíbrio é alcançada observa-se que o magnésio reagiu completamente com o ácido e que o pistão levantou-se em relação à superfície da solução devido à produção de gás. Sabendo que no processo todo o sistema realizou um trabalho de 240 J, e considerando o gás produzido como ideal, conclui-se que a massa, em gramas, de magnésio inicialmente colocada na solução foi:

Dados: $R \approx 8{,}0\ J/Kmol; Mg = 24{,}30$.

a) 0,243
b) 0,486
c) 0,729
d) 1,215
e) 2,430

14**.** (Ita 2014) Considere uma esfera maciça de raio r, massa m, coeficiente de dilatação volumétrica á, feita de um material com calor específico a volume constante c_V. A esfera, sujeita à pressão atmosférica p, repousa sobre uma superfície horizontal isolante térmica e está inicialmente a uma temperatura T alta o suficiente para garantir que a sua energia interna não se altera em processos isotérmicos. Determine a temperatura final da esfera após receber uma quantidade de calor Q, sem perdas para o ambiente. Dê sua resposta em função de g e dos outros parâmetros explicitados.

15. (Ime 2014)



Um espelho plano gira na velocidade angular constante ω em torno de um ponto fixo P, enquanto um objeto se move na velocidade v, de módulo constante, por uma trajetória não retilínea. Em um determinado instante, a uma distância d do ponto P, o objeto pode tomar um movimento em qualquer direção e sentido, conforme a figura acima, sempre mantendo constante a velocidade escalar v. A máxima e a mínima velocidades escalares da imagem do objeto gerada pelo espelho são, respectivamente

a) $\omega d + v$ e $|\omega d - v|$

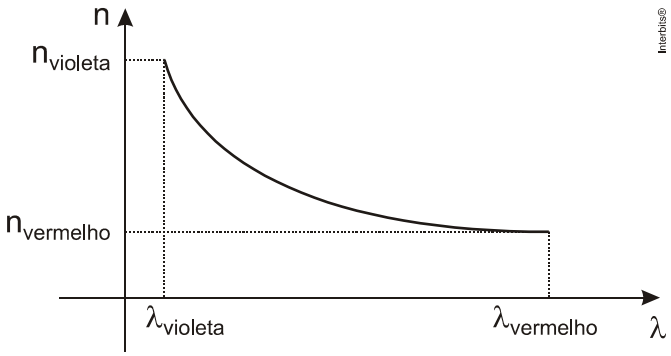
b) $\omega d + v$ e $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$

c) $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$ e $|\omega d - v|$

d) $2\omega d + v$ e $|2\omega d - v|$

e) $2\omega d + v$ e $\sqrt{(2\omega d)^2 + v^2}$

16. (Ufg 2014) Em muitos materiais transparentes, o índice de refração *n* do material varia em função do comprimento de onda λ da luz incidente, de acordo com o gráfico a seguir.



Parâmetros reconhecidos

D

sen θ_i

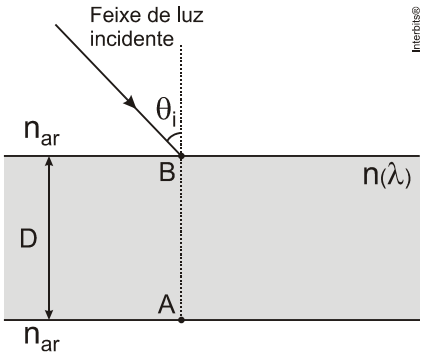
n_{ar}

$n_{vermelho}$

$n_{violeta}$

C=velocidade da luz no vácuo

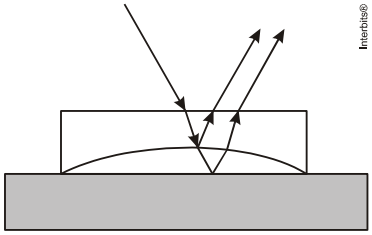
Considere um feixe estreito de luz branca incidindo do ar, com ângulo de incidência θ_i, sobre um material transparente de espessura D, conforme a figura a seguir.



Considerando o exposto, determine, em função dos parâmetros conhecidos:

a) o seno do ângulo de refração da cor visível que, dentro do material, sofrerá o maior desvio em relação ao feixe incidente;
b) a cor visível que terá a maior velocidade de propagação dentro do material e o tempo que ela levará para atravessá-lo.

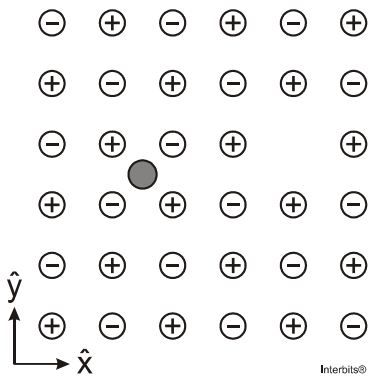
17**.** (Ita 2014) Sobre uma placa de vidro plana é colocada uma lente plano-côncava, com 1,50 de índice de refração e concavidade de 8,00 m de raio voltada para baixo. Com a lente iluminada perpendicularmente de cima por uma luz de comprimento de onda 589 nm (no ar), aparece um padrão de interferência com um ponto escuro central circundado por anéis, dos quais 50 são escuros, inclusive o mais externo na borda da lente. Este padrão de interferência aparece devido ao filme de ar entre a lente e a placa de vidro (como esquematizado na figura).



A espessura da camada de ar no centro do padrão de interferência e a distância focal da lente são, respectivamente,

a) 14,7 μm e – 10,0 m.
b) 14,7 μm e – 16,0 m.
c) 238 μm e – 8,0 m.
d) 35,2 μm e 16,0 m.
e) 29,4 μm e – 16,0 m.

18**.** (Ita 2014) A figura mostra parte de uma camada de um cristal tridimensional infinito de sal de cozinha, em que a distância do átomo de Na ao de seu vizinho Cl é igual a *a*.



Considere a existência dos seguintes defeitos neste cristal: ausência de um átomo de Cl e a presença de uma impureza de lítio (esfera cinza), cuja carga é igual à fundamental +*e*, situada no centro do quadrado formado pelos átomos de Na e Cl. Obtenha as componentes F_x e F_y da força eletrostática resultante $\vec{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y}$ que atua no átomo de lítio. Dê sua resposta em função de *e*, *a* e da constante de Coulomb K_0.

19. (Ita 2014) Um capacitor de placas planas paralelas de área A, separadas entre si por uma distância inicial r_0 muito menor que as dimensões dessa área, tem sua placa inferior fixada numa base isolante e a superior suspensa por uma mola (figura (1)). Dispondo-se uma massa m sobre a placa superior, resultam pequenas oscilações de período T do conjunto placa superior + massa m. Variando-se m, obtém-se um gráfico de T^2 *versus* m, do qual, após ajuste linear, se extrai o coeficiente angular α. A seguir, após remover a massa m da placa superior e colocando entre as placas um meio dielétrico sem resistência ao movimento, aplica-se entre elas uma diferença de potencial V e monitora-se a separação r de equilíbrio (figuras (2) e (3)). Nestas condições, a permissividade ε do meio entre as placas é

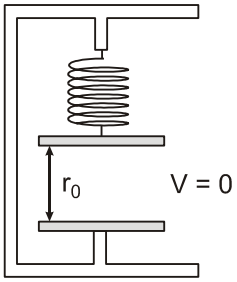


Fig. (1)

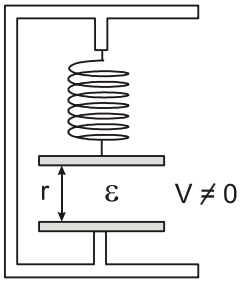


Fig. (2)

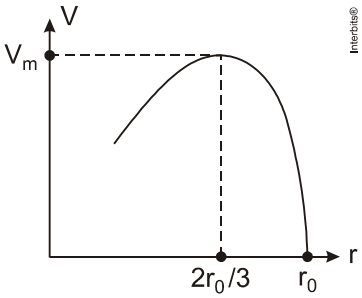


Fig. (3)

a) $32\pi^2 r_0^3 / \left(27\alpha A V_m^2\right)$.

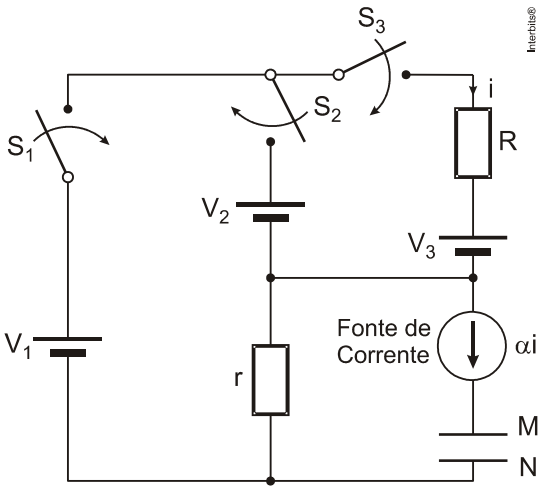
b) $16\pi^2 r_0^3 / \left(27\alpha A V_m^2\right)$.

c) $8\pi^2 r_0^3 / \left(27\alpha A V_m^2\right)$.

d) $4\pi^2 r_0^3 / \left(\alpha A V_m^2\right)$.

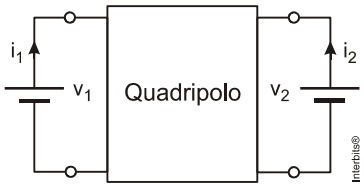
e) $16\pi^2 r^3 / \left(27\alpha A V^2\right)$.

20**.** (Ita 2014) Uma fonte de corrente é um dispositivo que fornece uma corrente invariável independentemente da tensão entre seus terminais. No circuito da figura, a corrente αi produzida pela fonte é proporcional à corrente i que circula no resistor R.

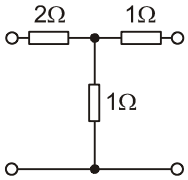


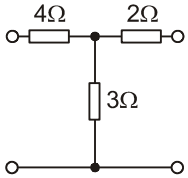
Inicialmente descarregadas, as placas M e N são carregadas após o fechamento das chaves S_1, S_2 e S_3, que serão novamente abertas após um intervalo de tempo T. A placa M é então retirada do circuito e é posta em contato com um condutor C descarregado (não mostrado na figura), ao qual transfere uma fração f de sua carga. Em seguida, com esse contato desfeito, o condutor C é totalmente descarregado. Na sequência, o mesmo procedimento é aplicado à placa N, a qual transfere a C a mesma fração f de sua carga, sendo então o contato desfeito e descarregando-se novamente C. Quando M e N são reintroduzidas no circuito, com as respectivas cargas remanescentes (de mesmo módulo, mas de sinais opostos), as chaves S_1, S_2 e S_3 são fechadas outra vez, permanecendo assim durante o intervalo de tempo T, após o que são novamente abertas. Então, como antes, repetem-se os contatos entre cada placa e C, e este processo de carga/descarga das placas é repetido indefinidamente. Nestas condições, considerando os sucessivos processos de transferência de carga entre M e C, e N e C, determine a carga q de M após todo esse procedimento em função de α, f,r, R, V_1, V_2, V_3 e T. Considere $V_3 < V_2 < V_1$.

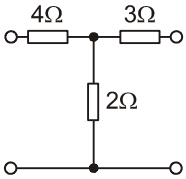
21**.** (Ita 2014) Um circuito elétrico com dois pares de terminais é conhecido como quadripolo.

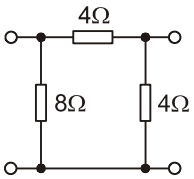


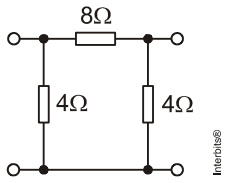
Para um quadripolo passivo, as tensões medidas em cada par de terminais podem ser expressas em função das correntes mediante uma matriz de impedância $Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$, de tal forma que $\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$. Dos quadripolos propostos nas alternativas seguintes, assinale aquele cuja matriz de impedância seja $\begin{bmatrix} 4\Omega & 2\Omega \\ 2\Omega & 3\Omega \end{bmatrix}$.

a)


b)


c)


d)


e)


22. (Ita 2014) Uma amostra I de átomos de ^{57}Fe, cujos núcleos excitados emitem fótons devido a uma transição nuclear, está situada a uma altura d verticalmente acima de uma amostra II de ^{57}Fe que recebe a radiação emitida pela amostra I. Ao chegar a II, os fótons da amostra I sofrem um aumento de frequência devido à redução de sua energia potencial gravitacional, sendo, portanto, incapazes de excitar os núcleos de ^{57}Fe dessa amostra. No entanto, essa incapacidade pode ser anulada se a amostra I se afastar verticalmente da amostra II com uma velocidade v adequada. Considerando $v << c$ e que a energia potencial gravitacional do fóton de energia ε pode ser obtida mediante sua "massa efetiva" ε / c^2, assinale a opção que explicita v. Se necessário, utilize $(1+x)^n \cong 1+nx$ para $x << 1$.

a) $\sqrt{gd}$

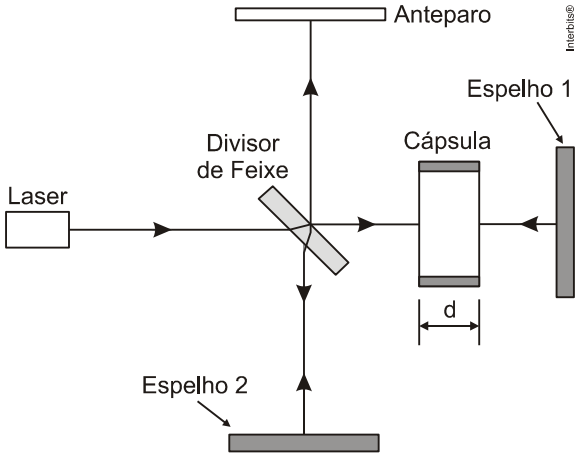
b) gd / c

c) $2\sqrt{gd}$

d) $2gd / c$

e) $gd\sqrt{gd} / c^2$

23. (Ita 2014)

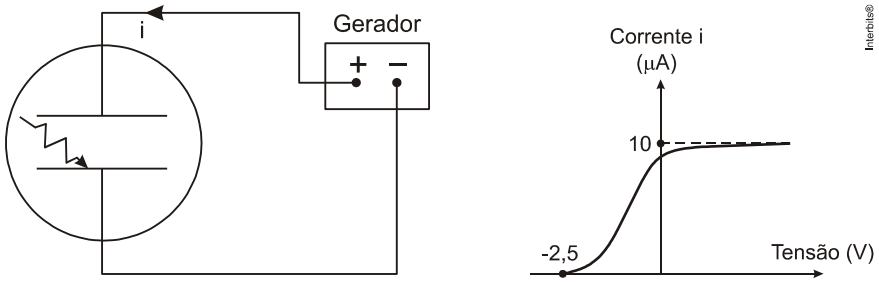


A figura mostra um interferômetro de Michelson adaptado para determinar o índice de refração do ar. As características do padrão de interferência dos dois feixes incidentes no anteparo dependem da diferença de fase entre eles, neste caso, influenciada pela cápsula contendo ar. Reduzindo a pressão na cápsula de 1 atm até zero (vácuo), nota-se que a ordem das franjas de interferências sofre um deslocamento de N, ou seja, a franja de ordem 0 passa a ocupar o lugar da de ordem N, a franja de ordem 1 ocupa o lugar da de ordem N + 1, e assim sucessivamente. Sendo d a espessura da cápsula e λ o comprimento de onda da luz no vácuo, o índice de refração do ar é igual a

a) $N\lambda / d$.
b) $N\lambda / d$.
c) $1+N\lambda / d$.
d) $1+N\lambda / (2d)$.
e) $1-N\lambda / d$.

24**.** (Ita 2014) Em uma experiência de interferência de Young, uma luz magenta, constituída por uma mistura de luz vermelha (de comprimento de onda de 660 nm) e luz azul (comprimento de onda de 440 nm) de mesma intensidade da luz vermelha, incide perpendicularmente num plano onde atravessa duas fendas paralelas separadas de $22,0\,\mu m$ e alcança um anteparo paralelo ao plano, a 5,00 m de distância. Neste, há um semieixo Oy perpendicular à direção das fendas, cuja origem também está a 5,00 m do ponto médio entre estas. Obtenha o primeiro valor de y > 0 onde há um máximo de luz magenta (intensidades máximas de vermelho e azul no mesmo local). Se necessário, utilize $\tan\theta \cong \text{sen}\theta$, para $\theta << 1$ rad.

25. (Ita 2014) Duas placas de um mesmo metal e com a mesma área de 5,0 cm^2, paralelas e próximas entre si, são conectadas aos terminais de um gerador de tensão ajustável. Sobre a placa conectada ao terminal negativo, faz-se incidir radiação e, por efeito fotoelétrico, aparece uma corrente no circuito, cuja relação com a tensão aplicada é explicitada no gráfico.



Sabendo que a função trabalho do metal é de 4,1 eV e assumindo que na região de saturação da corrente todo fóton incidente sobre a placa gera um fotoelétron que é coletado, a medida da intensidade dessa radiação em $\mu W / cm^2$ é igual a

a) 13.
b) 8,2.
c) 6,6.
d) 3,2.
e) 1,6.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:
Leia o texto a seguir para responder à(s) questão(ões).

Na digestão, os alimentos são modificados quimicamente pelo organismo, transformando-se em moléculas que reagem no interior das células para que energia seja liberada. A equação química, não balanceada, a seguir representa a oxidação completa de um mol da substância tributirina, também conhecida como butirina, presente em certos alimentos.

$$C_{15}H_{26}O_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O \qquad \Delta H = -8120\ kJ/mol$$

26**.** (Ufg 2014) Considerando-se que toda a energia da reação esteja disponível para a realização de trabalho mecânico, quantos mols de O_2 são necessários para que uma pessoa levante uma caixa de 20,3 kg do chão até uma altura h = 2,0 m?

Dados: g = 10 m/s^2

a) $2{,}03 \times 10^{-4}$

b) $4{,}06 \times 10^{-4}$

c) $9{,}25 \times 10^{-4}$

d) $18{,}50 \times 10^{-4}$

e) $20{,}00 \times 10^{-4}$

27**.** (Ufg 2014) A butirina está presente na manteiga e é utilizada na produção de margarina. Suponha que nos processos metabólicos toda a energia liberada na oxidação da butirina seja convertida em calor. Nessa situação, quantos mols de butirina são necessários para aumentar de 2°C a temperatura corporal de um homem de 101,5 kg e a que classe de moléculas pertence a butirina?

Dados:

$C_{Homem} = 1{,}0\ cal/(g\ °C)$

$1\ cal \approx 4{,}0\ J$

a) 0,1 e lipídio.
b) 0,4 e lipídio.
c) 0,1 e proteína.
d) 0,4 e proteína.
e) 0,4 e carboidrato.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A Grande Fonte Prismática descarrega uma média de 2548 litros de água por minuto, é a maior de Yellowstone, com 90 metros de largura e 50 metros de profundidade, e funciona como muitos dos recursos hidrotermais do parque. A água subterrânea profunda é aquecida pelo magma e sobe à superfície sem ter depósitos minerais como obstáculos. À medida que atinge o topo, a água se resfria e afunda, sendo substituída por água mais quente vinda do fundo, em um ciclo continuo. A água quente também dissolve parte da sílica, $SiO_2(s)$, presente nos riolitos, rochas ígneas vulcânicas, sobre o solo, criando uma solução que forma um depósito rochoso sedimentar e silicoso na área ao redor da fonte. Os pigmentos iridescentes são causados por micróbios — cianobactérias — que se desenvolvem nessas águas quentes. Movendo-se da extremidade mais fria da fonte ao longo do gradiente de temperatura, a cianobactéria *Calothrix* vive em temperaturas não inferiores a 30°C, também pode viver fora da água e produz o pigmento marrom, que emoldura a fonte. A *Phormidium*, por outro lado, vive entre 45°C e 60°C e cria o pigmento laranja, ao passo que *Synechococcus* suporta temperaturas de até 72°C e é verde-amarelo.

(*A GRANDE*... 2013. p. 62-63).

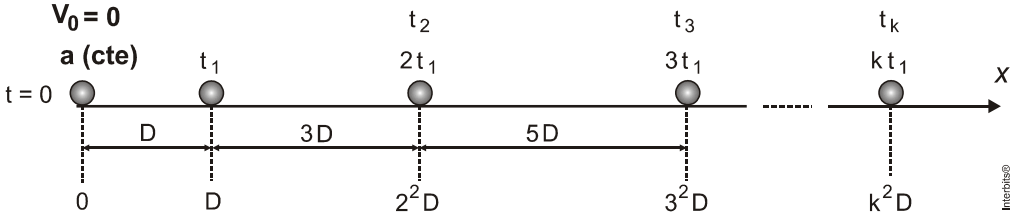
28**.** (Uneb 2014) Com base nas informações do texto e nos conhecimentos de Física, é correto afirmar:
a) A variação de temperatura da região alaranjada da fonte é igual a 27°F.
b) A água subterrânea aquecida pelo magma emite radiação de cor violeta.
c) O aquecimento da água da fonte de Yellowstone ocorre exclusivamente por condução térmica.
d) O volume de água da Grande Fonte Prismática é de, aproximadamente, $4,5 \times 10^3 m^3$.
e) A vazão média da água da Grande Fonte Prismática é, aproximadamente, igual a $43,0 m^3 / s$.

Gabarito:

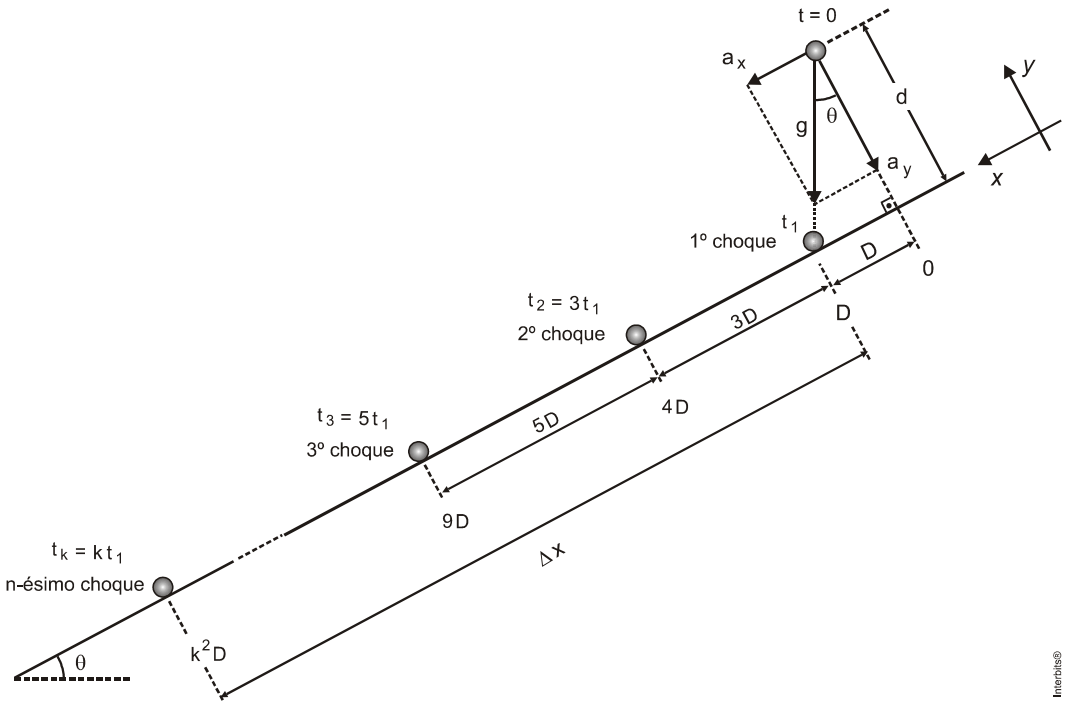
Resposta da questão 1:

1ª Solução

Pela regra de Galileo, sabemos que num movimento uniformemente variado (MUV), a partir do repouso, para intervalos de tempo iguais e subsequentes, as distâncias percorridas nesses intervalos são múltiplas ímpares da distância percorrida no primeiro intervalo. Sendo **D** a distância percorrida no primeiro intervalo, a distância total percorrida ao final do k-ésimo intervalo é $\mathbf{D_T = k^2 D}$. A figura abaixo (fora de escala) ilustra o descrito.



A figura a seguir, também fora de escala, mostra as posições dos sucessivos choques da bolinha contra o plano inclinado.



Decompondo a aceleração ao longo dos eixos assinalados:

$$\begin{cases} a_x = g \operatorname{sen}\theta \\ a_y = g\cos\theta \end{cases}$$

Como se pode notar, a componente da aceleração ao longo do eixo *x* ($\mathbf{a_x}$) é constante, sendo, então, um MUV nessa direção. Como a bolinha parte do repouso, podemos usar a regra de Galileo no eixo *x* a partir desse instante (**t = 0**).

O tempo gasto até o 1º choque é $\mathbf{t_1}$. A partir daí, o intervalo de tempo entre choques consecutivos é $\Delta t = 2t_1$. O tempo gasto até o 1º choque é $\mathbf{t_1}$. A partir daí, o intervalo de tempo entre choques consecutivos é $\Delta t = 2t_1$.

Deslocamento (**D**) até o primeiro choque, no instante $\mathbf{t_1}$:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{D}{d} \quad \Rightarrow \quad D = d\,\text{tg}\,\theta$$

Analisando a figura, a ordem do choque (**n**) e a ordem do intervalo (**k**) relacionam-se pela expressão:

$$k = 2n - 1$$

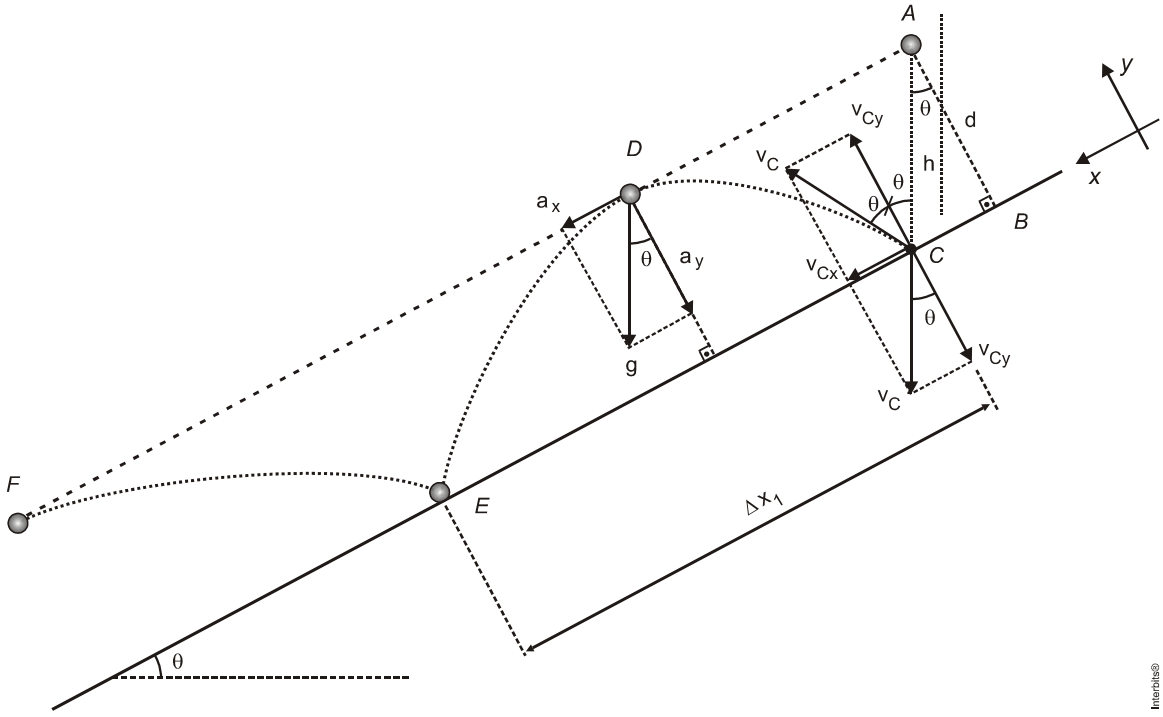
A partir do primeiro choque, a distância Δx percorrida até o **n-ésimo** choque, que ocorre ao final **k-ésimo** intervalo de tempo, é:

$$\Delta x = k^2 D - D \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \left(k^2 - 1\right) D \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \left[(2n-1)^2 - 1\right] D \quad \Rightarrow$$

$$\Delta x = \left[4n^2 - 4n + 1 - 1\right] d\,\text{tg}\,\theta = 4\left(n^2 - n\right) d\,\text{tg}\,\theta \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta x = 4\,d\,\text{tg}\,\theta\left(n^2 - 1\right)}$$

2ª Solução



- Decomposições necessárias sobre os eixos *x* e *y*, para a resolução do problema.

$$\begin{cases} a_x = g\,\text{sen}\,\theta & (I) \\ a_y = g\cos\theta & (II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = h\cos\theta \quad \Rightarrow \quad h = \dfrac{d}{\cos\theta} & (III) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{Cx} = v_C\,\text{sen}\,\theta & (IV) \\ v_{Cy} = v_C\,\cos\theta & (V) \end{cases}$$

- Velocidade da bolinha ao atingir o plano inclinado, no ponto *C*, pela conservação da energia mecânica.

$$E_{mec}^{C} = E_{mec}^{A} \quad \Rightarrow \quad \frac{m v_C^2}{2} = m g h \quad \Rightarrow \quad v_C^2 = 2\,g\,h \quad (VI)$$

- Tempo de afastamento ($\mathbf{t_a}$) e tempo de total ($\mathbf{t_T}$) entre dois choque consecutivos.
Imediatamente após cada colisão, a componente $\mathbf{v_y}$ tem sempre o mesmo valor ($\mathbf{v_y = v_{cy}}$).
Ao atingir novamente o ponto de afastamento máximo, à distância **d** do plano, essa componente se anula. Assim, o tempo de voo entre dois choques consecutivos é o mesmo.

$$v_y = v_{Cy} - a_y\, t_a \;\Rightarrow\; 0 = v_C\cos\theta - g\cos\theta\, t_a \;\Rightarrow\; t_a = \frac{v_C}{g} \;\Rightarrow\; t_T = \frac{2\,v_C}{g}.$$

- Adotando **t** = 0 no instante no 1º choque, imediatamente antes do n-ésimo choque o tempo $\mathbf{t_n}$ é:

$$t_n = (n-1)\,t_T \;\Rightarrow\; t_n = (n-1)\,\frac{2\,v_C}{g}.$$

Na direção *x* o movimento é uniformemente acelerado. A distância (Δx_n) do ponto *C* até o ponto do n-ésimo choque é:

$$\Delta x_n = v_{Cx}\,t_n + \frac{a_x}{2}t_n^2 \;\Rightarrow\; \Delta x = v_C\,\text{sen}\,\theta\left[(n-1)\,\frac{2\,v_C}{g}\right] + \frac{g\,\text{sen}\,\theta}{2}\left[(n-1)\,\frac{2\,v_C}{g}\right]^2 \;\Rightarrow$$

$$\Delta x_n = \frac{2\,v_C^2\,\text{sen}\,\theta\,(n-1)}{g} + \frac{g\,\text{sen}\,\theta}{2}\,\frac{4\,v_C^2\,(n-1)^2}{g^2} \;\Rightarrow$$

$$\Delta x_n = \frac{2\,v_C^2\,\text{sen}\,\theta\,(n-1)\,[1+n-1]}{g} \;\Rightarrow$$

$$\Delta x_n = \frac{2\,v_C^2\,\text{sen}\,\theta\,(n^2-n)}{g}. \quad (\text{VII})$$

Substituindo, sucessivamente, (VI) e (III) em (VII):

$$\Delta x_n = \frac{2\,(2\,g\,h)\,\text{sen}\,\theta\,(n^2-n)}{g} \;\Rightarrow\; \Delta x_n = 4\,\frac{d}{\cos\theta}\,\text{sen}\,\theta\,(n^2-n) \;\Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta x_n = 4\,d\,\text{tg}\,\theta\,(n^2-n)\,.}$$

Resposta da questão 2:

a) Dados: $n_{ar} = 1;\; n_{água} = \sqrt{2}$.

Da Fig 1, se $h = d \Rightarrow \theta = 45°$.

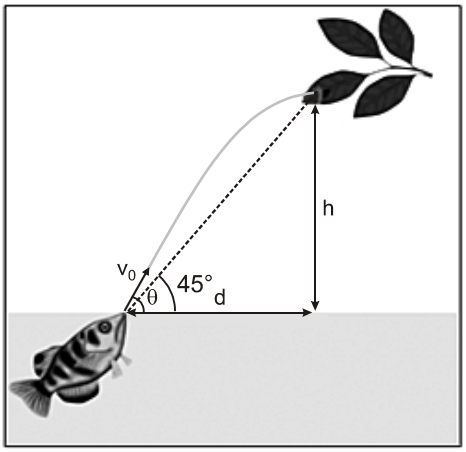


Fig 1

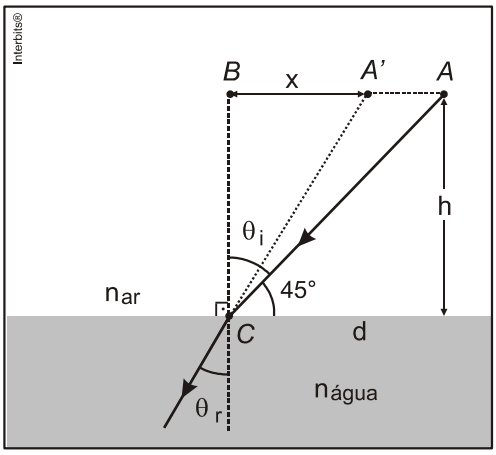


Fig 2

Comentário: vale a pena ressaltar que a imagem do alvo (*A*) não se forma no ponto A'. Limitamo-nos a dar a resposta esperada pelo examinador, sem causar polêmica.

Aplicando a lei de Snell na Fig 2:

$$n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i = n_{água}\ \text{sen}\ \theta_r \ \Rightarrow\ 1\times\text{sen}\,45° = \sqrt{2}\ \text{sen}\ \theta_r \ \Rightarrow\ \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ \text{sen}\ \theta_r \ \Rightarrow$$

$$\text{sen}\ \theta_r = \frac{1}{2} \ \Rightarrow\ \theta_r = 30°.$$

Ainda na Fig 2, no triângulo retângulo *A'BC*:

$$\text{tg}\ \theta_r = \frac{x}{h} \ \Rightarrow\ \text{tg}\ 30° = \frac{x}{h} \ \Rightarrow\ \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{h} \ \Rightarrow$$

$$\boxed{x = h\frac{\sqrt{3}}{3}.}$$

b) A figura ilustra o lançamento.

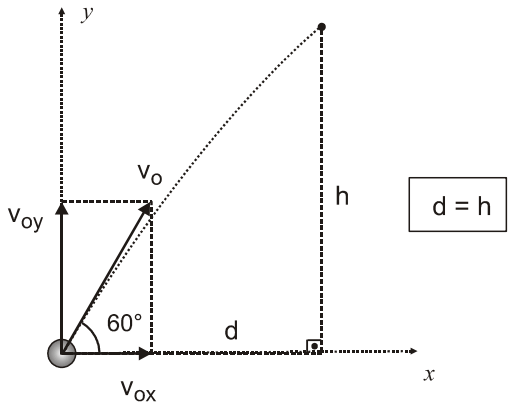


Fig 3

No referencial mostrado na figura, as componentes da velocidade inicial são:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 60° \ \Rightarrow\ v_{0x} = \dfrac{v_0}{2} \\ v_{0y} = v_0\ \text{sen}\ 60° \ \Rightarrow\ v_{0y} = \dfrac{-v_0\ \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Na horizontal, o movimento é uniforme, com $\mathbf{x_0} = 0$.

$$x = x_0 + v_{0x}\, t \;\Rightarrow\; d = v_{0x}\, t \;\Rightarrow\; t = \frac{d}{v_0/2} \;\Rightarrow\; t = \frac{2\,d}{v_0}.$$

Na vertical, o movimento é uniformemente variado, com **a = - g**.

$$y = y_0 + v_{0y}\, t + \frac{a}{2}\, t^2 \;\Rightarrow\; d = \frac{v_0\,\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2\,d}{v_0}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{2\,d}{v_0}\right)^2 \;\Rightarrow\; d = \sqrt{3}\,d - \frac{g\,4\,d^2}{2\,v_0^2} \;\Rightarrow$$

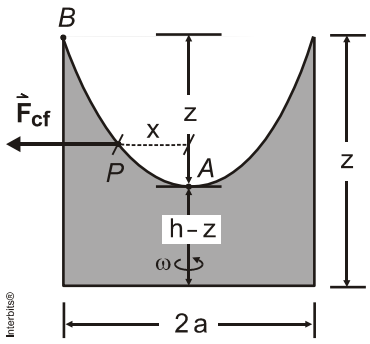
$$\frac{2\,g\,d^2}{v_0^2} = \sqrt{3}\,d - d \;\Rightarrow\; v_0^2 = \frac{2\,g\,d^2}{(\sqrt{3}-1)\,d} \;\Rightarrow\; v_0^2 = \frac{2\,g\,d(\sqrt{3}+1)}{2} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{g\,d\,(\sqrt{3}+1)}\,.}$$

Resposta da questão 3:
[D]

Uma solução para esta questão pode ser vista em
https://www.youtube.com/watch?v=H0vp3yHnQmQ

Quando uma força atua no sentido de levar o corpo para o ponto de referência, dizemos que ela é uma força restauradora e associamos a ela uma energia potencial positiva e, quando atua no sentido de afastar o corpo do ponto de referência, uma energia potencial negativa. Por exemplo, para a força gravitacional, quando o corpo está acima do plano de referência a energia potencial do sistema é positiva e, se está abaixo desse plano, a energia potencial é negativa. Já para a força elástica, a energia potencial associada a ela é sempre positiva, pois ela age sempre no sentido de levar o corpo para o ponto de referência, situação em que a mola está relaxada.
No caso, como indica a figura, a força centrífuga $(\vec{F}_{cf})$ age no sentido de afastar o ponto *P* do referencial. Devemos, então, associar a ela uma energia potencial negativa.



Sendo essa força diretamente proporcional à elongação:

$$\left.\begin{cases} F_{cf} = k\,x \\ k = m\,\omega^2 \\ E_p = -\dfrac{k\,x^2}{2} \end{cases}\right\} \Rightarrow E_p = \frac{-m\,\omega^2\,x^2}{2}.$$

A energia potencial total associada a cada ponto é a soma da energia potencial devido à rotação com a energia potencial gravitacional.
Como o enunciado afirma que a energia potencial é constante:

$$E_P^A = E_P^B \Rightarrow -\frac{m\omega^2 x_A^2}{2} + mg(h-z) = -\frac{m\omega^2 x_B^2}{2} + mgh.$$

Sendo: $\mathbf{x_A} = 0$; $\mathbf{x_B} = a$; $z = \frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g}$, substituindo valores:

$$gh - gz = -\frac{\omega^2 a^2}{2} + gh \Rightarrow \omega^2 = \frac{2g}{a^2} z \Rightarrow \omega^2 = \frac{2g}{a^2}\left(\frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g}\right) \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{2gh}{3a^2} + \frac{\omega^2}{2} \Rightarrow \omega^2 - \frac{\omega^2}{2} = \frac{2gh}{3a^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4gh}{3a^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{4gh}{3a^2}}.}$$

Resposta da questão 4:
[A]

Nota: a segunda reação está inconsistente quanto ao número de prótons envolvidos.

A energia total liberada nas duas reações é:

$$E = E_1 + E_2$$
$$E = 3,0 + 4,0 = 7,0 \text{ MeV} = 7,0 \times 10^6 \text{ eV}$$
$$E = 7,0 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$
$$E = 11,2 \times 10^{-13} \text{ J}.$$
$$P = \frac{E}{\Delta t}$$
$$11,2 = \frac{11,2 \times 10^{-13}}{\Delta t}$$
$$\Delta t = \frac{11,2 \times 10^{-13}}{11,2} = 10^{-13} \text{ s}.$$

Somente há liberação de nêutrons na primeira reação. Então, por proporção direta:

$$\begin{cases} 10^{-13} \text{ s} \text{ ——— } 1 \text{ nêutron} \\ 1 \text{ s} \text{ ——— } x \text{ (nêutrons)} \end{cases}$$

$$\boxed{x = 1,0 \times 10^{13} \text{ nêutrons}.}$$

Resposta da questão 5:
[E]

A matemática nos dá que o volume da calota imerso na água é:

$$V_C = \frac{\pi a}{6}\left(3r^2 + a^2\right)$$

Se a calota estivesse totalmente envolta pela água, a intensidade do empuxo (**E**) recebido por ela desse líquido seria:

$$E = \rho V_C\, g \;\Rightarrow\; E = \rho\frac{\pi a}{6}\left(3r^2 + a^2\right)g.$$

Porém, a base da calota não está em contato com a água, deixando de receber uma força cuja intensidade (**F**) é o produto da pressão hidrostática no fundo do recipiente pela área da base da calota, ou seja:

$$F = p\ A \;\Rightarrow\; F = \rho\, g\, h \pi\, r^2.$$

Descontando do empuxo a intensidade dessa força, a força resultante que a água aplica na calota é:

$$F_{Água} = E - F \;\Rightarrow\; F_{Água} = \rho\frac{\pi a}{6}\left(3r^2 + a^2\right)g - \rho g\, h\, \pi\, r^2.$$

Quando a esfera está na iminência de se desprender do fundo, a intensidade da força aplicada pela água é igual à do peso da esfera.

$$P = F_{Água} \;\Rightarrow\; m \cancel{g} = \rho\frac{\pi a}{6}\left(3r^2 + a^2\right)\cancel{g} - \rho\cancel{g}\, h\, \pi\, r^2 \;\Rightarrow$$

$$\rho\,\pi\, r^2\, h = \rho\frac{\pi a}{6}\left(3r^2 + a^2\right) - m \;\Rightarrow\; h = \cancel{\rho}\frac{\cancel{\pi} a}{6\ \cancel{\rho}\ \cancel{\pi}\, r^2}\left(3r^2 + a^2\right) - \frac{m}{\rho\,\pi\, r^2} \;\Rightarrow$$

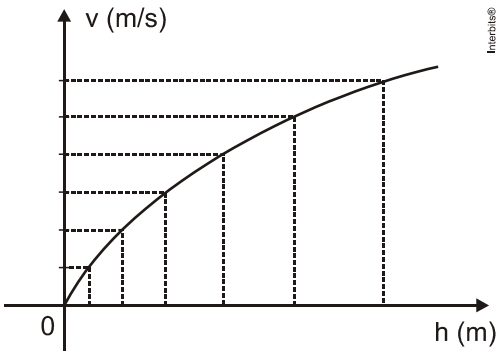
$$\boxed{h = \frac{a\left(3r^2 + a^2\right)}{6r^2} - \frac{m}{\rho\,\pi\, r^2}}$$

Resposta da questão 6:
[C]

Observação: A questão tem alguns problemas de formulação, pois o gráfico está inconsistente com os dados: se a resistência da água é desprezível, as únicas forças atuantes na bola são o peso e o empuxo. O peso é constante e, se o volume da bola não varia e a resistência da água é desprezível, o empuxo também é constante. Logo, a resultante sobre a bola deve ser constante, originando um movimento uniformemente variado durante a subida. Mas se o movimento é uniformemente variado, o gráfico da velocidade em função da posição não pode ser uma reta, mas sim uma parábola.
Da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a\, \Delta S \;\Rightarrow\; v^2 = 2\, a\, h \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2\, a\, h}\,.$$

O gráfico correspondente é o abaixo.



Analisando esse gráfico, vemos que para aumentos iguais na velocidade devem ocorrer aumentos cada vez maiores nos deslocamentos.
Sendo o gráfico uma reta, como está no enunciado, para aumentos iguais na velocidade, resultam as mesmas variações no deslocamento. Isso só ocorreria se a aceleração diminuísse de valor ao longo da subida, o que implicaria numa diminuição na intensidade do empuxo e

para isso ocorrer, a bola teria que murchar ou densidade da água diminuir.
Julgamos, portanto, que a questão não deva ser utilizada tal qual.

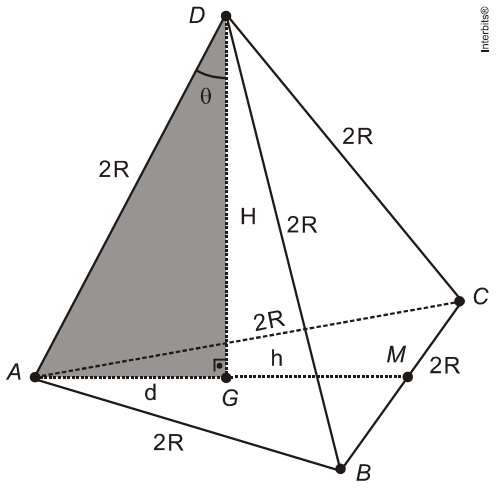
Resposta da questão 7:
[D]

A resolução da questão envolve conceito de cálculo estrutural, assunto que não consta no conteúdo listado pelo Ita a ser cobrado no seu vestibular.
A banca examinadora também não deu chance para uma resolução usando análise dimensional, pois todas as expressões levam à dimensão comprimento, que é a correta.
Restou ao candidato usar a intuição física e fazer uma análise qualitativa da relação entre a deflexão vertical sofrida e os demais parâmetros envolvidos na questão.

A deflexão (δ) vertical:
- depende da intensidade da gravidade: maior g $\Rightarrow$ maior δ;
- depende da densidade (d): maior d $\Rightarrow$ maior δ;
- depende do comprimento (a): maior a $\Rightarrow$ maior δ;
- depende do módulo de Young (ε): maior ε (material mais resistente) $\Rightarrow$ menor δ;
- **in**depende da largura (B); podemos imaginar sólido formado por um número muito grande de lâminas justapostas ao longo do comprimento: todas essas lâminas sofreriam a mesma deflexão (δ).

A única expressão que não apresenta a largura (b) é a da opção [D].

Resposta da questão 8:
Como cada esfera tangencia as outras três, sendo esferas idênticas, a distância entre dois centros quaisquer é 2R. Assim, as distâncias entre esses centros formam um tetraedro regular *ABCD*, de aresta 2R, como indicado abaixo, sendo *A*, *B* e *C* os centros das esferas inferiores e *D* o da superior.



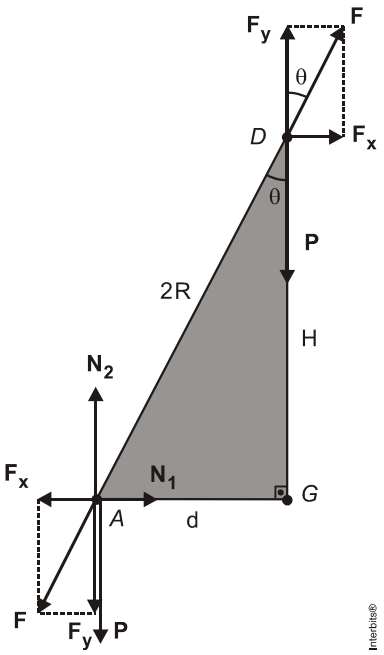
O triângulo *ABC* da base do tetraedro é equilátero de lado 2R. A altura *AM* desse triângulo é:

$$h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = R\sqrt{3}.$$

O ponto *G* é o baricentro desse triângulo, dividindo a altura *AM* na razão 2:1. Assim, a distância *AG* é:

$$d = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}R\sqrt{3} \Rightarrow d = \frac{2R\sqrt{3}}{3}.$$

A figura a seguir mostra as intensidades das forças trocadas entre as esferas de centro em *A* e em *D* e suas componentes.



Nessa figura:

$$H^2 + d^2 = (2R)^2 \Rightarrow H^2 = 4R^2 - \left(\frac{2R\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow H^2 = 4R^2\left(1-\frac{3}{9}\right) \Rightarrow$$

$$4R^2\,\frac{6}{9} \Rightarrow H = \frac{2R\sqrt{6}}{3}.$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\theta = \dfrac{d}{2R} = \dfrac{2R\frac{\sqrt{3}}{3}}{2R} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ \cos\theta = \dfrac{H}{2R} = \dfrac{2R\frac{\sqrt{6}}{3}}{2R} \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = F\operatorname{sen}\theta = F\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ F_y = F\cos\theta = F\dfrac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

A esfera superior recebe forças de mesma intensidade das três inferiores. Assim, para que essa esfera superior esteja em equilíbrio:

$$3F_y = P \Rightarrow \cancel{3}F\frac{\sqrt{6}}{\cancel{3}} = P \Rightarrow F = \frac{P}{\sqrt{6}} \Rightarrow F = \frac{\sqrt{6}P}{6}.$$

Vamos calcular as intensidades das normais que cada esfera recebe da parede vertical (lateral) e da parede horizontal (fundo), respectivamente, N_1 e N_2.

$$\begin{cases} N_1 = F_x = F\cos\theta \Rightarrow N_1 = \dfrac{\sqrt{6}\,P}{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}\,P}{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{N_1 = \dfrac{\sqrt{2}\,P}{6}.} \\ N_2 = F_y + P = F\text{sen}\,\theta + P \Rightarrow N_2 = \dfrac{\sqrt{6}\,P}{6}\times\dfrac{\sqrt{6}}{3} + P = \dfrac{P}{3} + P \Rightarrow \boxed{N_2 = \dfrac{4\,P}{3}.} \end{cases}$$

Resposta da questão 9:
[D]

A órbita circular do satélite tem raio (R+H). Sendo órbita circular, a força gravitacional age como resultante centrípeta. Assim, considerando $\mathbf{v_0}$ a velocidade orbital e **m** a massa do satélite, temos:

$$F = R_{cent} \Rightarrow \frac{G\,M\,m}{(R+H)^2} = \frac{m\,v_0^2}{(R+H)} \Rightarrow v_0^2 = \frac{G\,M}{R+H} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G\,M}{R+H}}.$$

A velocidade mínima adicional para o satélite escapar do campo gravitacional do planeta, é aquela que permite que ele atinja velocidade nula no "infinito", ou seja, a energia mecânica final deve ser nula.
Então, pela conservação da energia mecânica, com a nova velocidade (**v**), vem:

$$(E_{mec})_{órbita} = (E_{mec})_{infinito} \Rightarrow \frac{-G\,M\,m}{R+H} + \frac{m\,v^2}{2} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R+H}} \Rightarrow$$

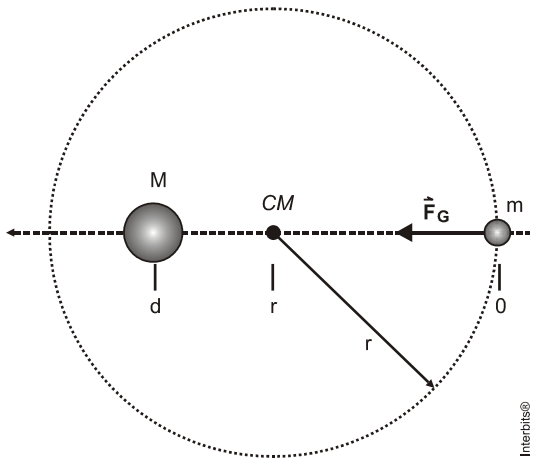
$$v = \sqrt{2}\sqrt{\frac{G\,M}{R+H}}.$$

Calculando a diferença entre as velocidades:

$$\Delta v = v - v_0 = \sqrt{2}\sqrt{\frac{G\,M}{R+H}} - \sqrt{\frac{G\,M}{R+H}} \Rightarrow \boxed{\Delta v = \left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{\frac{G\,M}{R+H}}.}$$

Resposta da questão 10:
[E]

Calculando a posição do centro de massa (*CM*), em relação à estrela observada, a da direita, na figura.



$$r = \frac{m(0) + M\,d}{M+m} \Rightarrow r = \frac{M\,d}{M+m} \quad (I)$$

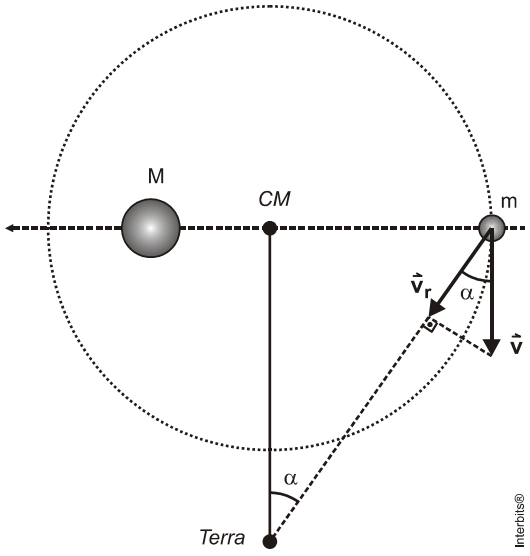
A força gravitacional age como resultante centrípeta:

$$F_{Cent} = F_G \Rightarrow \frac{m v^2}{r} = \frac{G\,M\,m}{d^2} \Rightarrow v^2 = r\frac{G\,M}{d^2} \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II):

$$v^2 = \frac{M\,d}{M+m} \times \frac{G\,M}{d^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M^2}{d(M+m)}}\,.$$

O efeito Doppler ocorre devido a velocidade radial ($\mathbf{v_r}$), componente da velocidade tangencial na direção do observador, no caso, da Terra.



Da figura:

$$v_r = v\cos\alpha \Rightarrow v_r = \sqrt{\frac{G\,M^2}{d(M+m)}}\cos\alpha.$$

Aplicando a expressão do efeito Doppler para o observador em repouso:

$$\frac{f - f_0}{f} = \frac{v_r}{c} \Rightarrow \frac{f - f_0}{f} = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{G\,M^2}{d(M+m)}}\cos\alpha \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{f - f_0}{f} = \sqrt{\frac{G\,M^2\cos^2\alpha}{d(M+m)\,c^2}}\,.}$$

Resposta da questão 11:

a) Dados: $\mathbf{r_e}$ = 42.000 km; $\pi = 3$.

Como o satélite é geoestacionário, seu período orbital é igual ao período de rotação da Terra:

T = 24 h.

Calculando a intensidade da aceleração centrípeta:

$$a_c = \omega^2\, r_e = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_e \;\Rightarrow\; a_c = \frac{4\pi^2}{24^2}\times 42.000 = \frac{4\times 3^2}{576}\times 42.000 \;\Rightarrow$$

$$a_c = 2.625\ \text{km/h}^2 \;\Rightarrow\; a_c = 2.625\,\frac{(1.000\ \text{m})}{(3.600\ \text{s})^2} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{a_c = 0{,}2\ \text{m/s}^2.}$$

b) Dados:

$r_e = 42.000\text{km} = 42\times 10^6\text{m};\ M = 6\times 10^{24}\text{kg};\ G = 6{,}7\times 10^{-11}\text{kg}\times\text{m}^2/\text{kg}^2;\ r_c = 7.000\ \text{km} = 7\times 10^6\text{m}.$

$$E_{ad} = E_e - E_c = \left(\frac{-G\,M\,m}{2\,r_e}\right) - \left(\frac{-G\,M\,m}{2\,r_c}\right) \;\Rightarrow\; E_{ad} = \frac{G\,M\,m}{2}\left(\frac{-1}{r_e} + \frac{1}{r_c}\right) \;\Rightarrow$$

$$E_{ad} = \frac{6{,}7\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}\times 2\times 10^2}{2}\left(\frac{-1}{42\times 10^6} + \frac{1}{7\times 10^6}\right) \;\Rightarrow$$

$$E_{ad} = 40{,}2\times 10^{15}\left(\frac{-1+6}{42\times 10^6}\right) \;\Rightarrow E_{ad} = \frac{2\times 10^{17}}{42\times 10^6} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{E_{ad} = 4{,}8\times 10^9\ \text{J}.}$$

Resposta da questão 12:

a) As figuras 1 e 2 mostram os sentidos dos campos magnéticos devido às corrente $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{I_2}$ obtidos pela regra prática da mão direita (regra do saca-rolha).

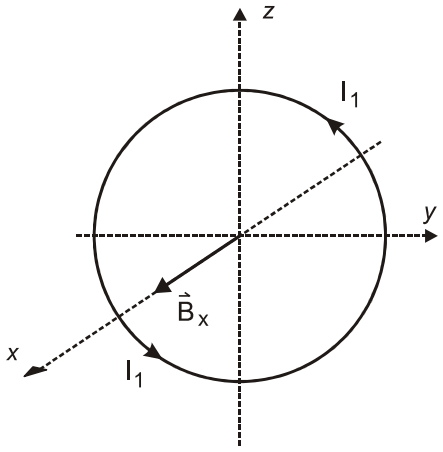


Figura 1

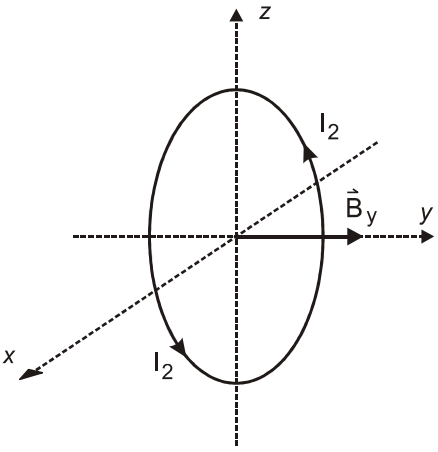


Figura 2

Interbits®

Aplicando a expressão da intensidade do vetor indução magnética no centro de uma espira circular:

$$\left.\begin{cases} B_x = \dfrac{\mu_0\, I_1}{d} \\ B_y = \dfrac{\mu_0\, I_2}{d} \end{cases}\right\} \Rightarrow \vec{B} = B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0\, I_1}{d}\hat{x} + \frac{\mu_0\, I_2}{d}\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\, i\cos(\omega t)}{d}\hat{x} + \frac{\mu_0\, i\,\mathrm{sen}(\omega t)}{d}\hat{y} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\, i}{d}\left[\cos(\omega t)\,\hat{x} + \mathrm{sen}(\omega t)\,\hat{y}\right].}$$

b) No centro das espiras, o vetor indução magnética resultante tem intensidade constante:

$$B^2 = B_x^2 + B_y^2 \Rightarrow B^2 = \left(\frac{\mu_0\, i}{d}\right)^2 \left[\cos^2(\omega t) + \mathrm{sen}^2(\omega t)\,\hat{y}\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0\, i}{d}.}$$

Sendo **T** o período o período de oscilação das correntes I_1 e I_2, analisando a expressão do vetor indução magnética obtida no item anterior, obtemos esse vetor para diferentes instantes, como mostrado na figura 3, concluindo que esse vetor gira no plano xy no sentido anti-horário, quando visto a partir o semieixo z positivo. Como o ímã tende a se alinhar com o campo magnético, ele também gira no sentido anti-horário, quando visto na mesma condição, como indicado na figura 4.

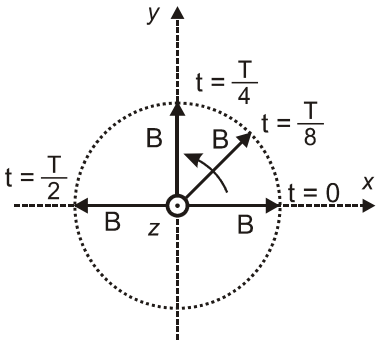


Figura 3

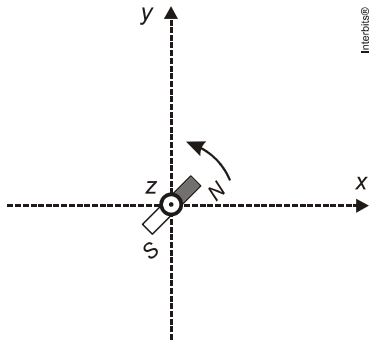


Figura 4

c) Se as correntes aumentarem gradativamente a frequência angular ω, nota-se que o ímã aumenta gradativamente sua velocidade angular, acompanhando o vetor indução magnética; mas, se são aplicadas repentinamente correntes de alta frequência angular, o vetor $\vec{B}$ varia muito rapidamente, não dando tempo de vencer a inércia do ímã que, estando em repouso, tende apenas a oscilar em torno dessa posição, praticamente não se movendo.

Resposta da questão 13:
[E]

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Química]
Teremos:

$Mg + 2HCl \text{ € } H_2(g) + MgCl_2$

$1\,mol \text{ ———— } 1\,mol$

$\tau = P \times \Delta V$

$P \times \Delta V = n \times R \times T$

$T = 27 + 273 = 300\ K$

$\tau = n \times R \times T$

$240 = n \times 8{,}0 \times 300$

$n = 0{,}1\,mol$

$n_{Mg} = n_{H_2} = 0{,}1\,mol$

$m_{Mg} = 0{,}1 \times 24{,}30 = 2{,}430\ g$

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]

Dados: $T = 27°C = 300K;\ R = 8\ J/mol \times K;\ W = 240\ J;\ M_{Mg} = 24{,}30\ g.$

A reação química ocorrida está descrita abaixo, já balanceada.

$1Mg + 2HCl \text{ € } 1H_2(g) + 1MgCl_2$

Nota-se que 1 mol de magnésio (Mg) produz 1 mol de gás hidrogênio (H_2).

À medida que a reação vai ocorrendo, o número de mols do gás, inicialmente nulo, vai aumentando e a força de pressão exercida realiza trabalho.

Como as paredes do recipiente são perfeitamente condutoras e o pistão tem massa desprezível, a temperatura e a pressão permanecem constantes.

Aplicando a expressão do trabalho para uma transformação isobárica e isotérmica com variação apenas do número de mols:

$$W = p\,\Delta V = \Delta n_{H_2} R T \;\Rightarrow\; 240 = \left(n_{H_2} - 0\right) \times 8 \times 300 \;\Rightarrow\; n_{H_2} = \frac{240}{2.400} \;\Rightarrow$$

$$n_{H_2} = 0{,}1\ mol.$$

Então, conforme a reação química, foi também consumido 0,1 mol de magnésio.

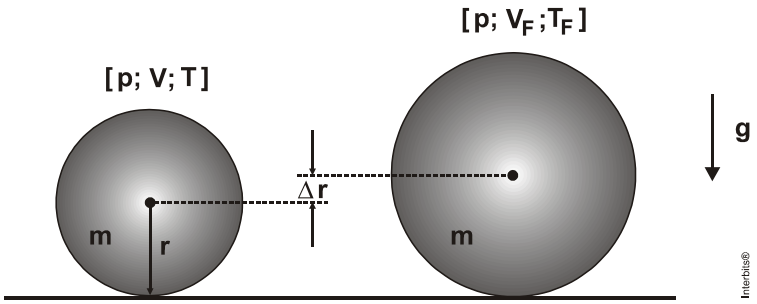
$$n_{Mg} = \frac{m_{Mg}}{M_{Mg}} \;\Rightarrow\; 0{,}1 = \frac{m_{Mg}}{24{,}30} \;\Rightarrow\; \boxed{m_{Mg} = 2{,}430\ g.}$$

Resposta da questão 14:

Sendo $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ o volume inicial da esfera, as dilatações linear do raio e volumétrica da esfera são:

$$\begin{cases} \Delta r = r\,\dfrac{\alpha}{3}\,\Delta T \\ \Delta V = V\,\alpha\,\Delta T = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \alpha\,\Delta T \end{cases}$$

Devido ao aquecimento ocorrem aumento da energia interna da esfera (ΔU) e dilatação. Na dilatação há trabalho realizado contra o meio (**W**) e ganho de energia potencial (ΔE_P), conforme ilustra a figura.



Então o calor recebido (**Q**) é igual a soma dessas quantidades.
Equacionando:

$$\left.\begin{cases} \Delta U = m\, c_V\, \Delta T \\ W = p\,\Delta V = p\dfrac{4}{3}\pi r^3 \alpha\, \Delta T \\ \Delta E_P = m\ g\ \Delta r = m\ g\ r\dfrac{\alpha}{3}\Delta T \end{cases}\right\} \Rightarrow\ Q = \Delta U + W + \Delta E_P\ \Rightarrow$$

$$Q = \left(m\, c_V + \frac{4}{3} p\pi r^3\alpha + m\ g\ r\frac{\alpha}{3}\right)\Delta T \quad \Rightarrow\ Q = \left(\frac{3\, m\, c_V + 4\, p\ \pi r^3\alpha + m\ g\ r\alpha}{3}\right)\Delta T\ \Rightarrow$$

$$\Delta T = \left(\frac{3Q}{3\, m\, c_V + 4p\pi r^3\alpha + m\ g\ r\alpha}\right)\ \Rightarrow\ T_F - T = \frac{3Q}{3\, m\, c_V + 4p\pi r^3\alpha + m\ g\ r\alpha}\ \Rightarrow$$

$$T_F = T + \frac{3Q}{3\, m\, c_V + 4p\pi r^3\alpha + m\ g\ r\alpha}.$$

Resposta da questão 15:
[D]

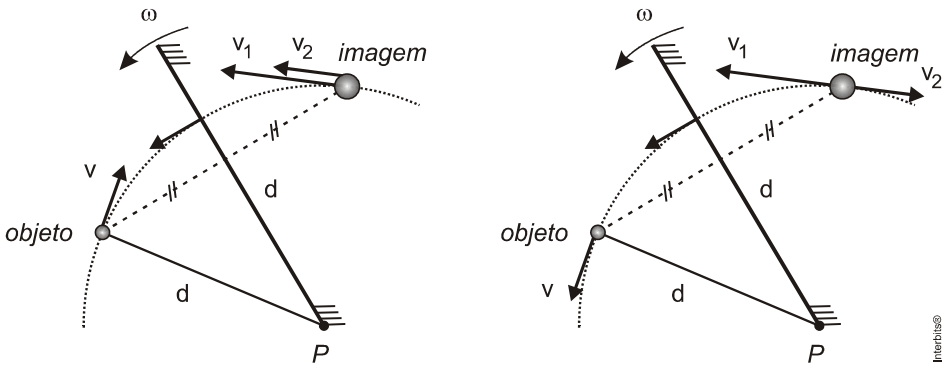
A velocidade resultante da imagem é a soma vetorial das velocidades devido aos movimentos do espelho e do objeto.
- Se o espelho gira com velocidade angular ω, a imagem gira com o dobro dessa velocidade (2ω), no mesmo sentido, com velocidade linear, $v_1 = 2\omega d$.
- Se o objeto se desloca com velocidade v, a imagem desloca-se com velocidade de mesmo módulo, mantendo-se simétrica do objeto em relação ao espelho $|v_2| = v$.

O enunciado não especifica o referencial adotado, portanto será considerado um referencial fixo no solo.
Assim:
- A velocidade escalar da imagem é máxima quando v_1 e v_2 têm mesmo sentido:
$v_{máx} = v_1 + v_2 \ \Rightarrow\ v_{máx} = 2\,\omega d + v.$

- A velocidade escalar da imagem é mínima quando v_1 e v_2 têm sentidos opostos:
$v_{mín} = |v_1 - v_2| \ \Rightarrow\ v_{mín} = |2\,\omega d - v|.$

As figuras ilustram as duas situações, mostrando que, para satisfazer as condições de velocidade máxima e mínima, a velocidade do objeto deve ter direção tangente à circunferência com centro no ponto P e raio d.

$v_{máx} = v_1 + v_2$ $\qquad$ $v_{mín} = |v_1 - v_2|$



Resposta da questão 16:

a) O índice de refração é uma espécie de medida da resistência que o meio oferece à propagação de uma dada radiação: quanto maior o índice de refração, menor é a velocidade e maior é o desvio sofrido pelo raio.

Assim, o raio que sofre maior desvio é o violeta.

Aplicando a lei de Snell:

$$n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i = n_{violeta}\ \text{sen}\ \theta_r \ \Rightarrow\ \boxed{\text{sen}\ \theta_r = \frac{n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i}{n_{violeta}}}$$

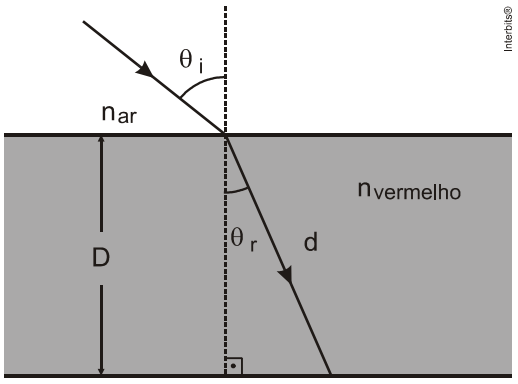
b) A cor de maior velocidade é a de menor índice de refração: a vermelha.

Aplicando novamente a lei de Snell:

$$n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i = n_{vermelho}\ \text{sen}\ \theta_r \ \Rightarrow\ \text{sen}\ \theta_r = \frac{n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i}{n_{vermelho}}$$

$$\cos\theta_r = \sqrt{1-\text{sen}^2\theta_r} \ \Rightarrow\ \cos\theta_r = \sqrt{1-\left(\frac{n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i}{n_{vermelho}}\right)^2}$$

A figura abaixo ilustra a situação:



Nessa figura:

$$\cos\theta_r = \frac{D}{d} \ \Rightarrow\ d = \frac{D}{\cos\theta_r} \ \Rightarrow\ d = \frac{D}{\sqrt{1-\left(\frac{n_{ar}\ \text{sen}\,\theta_i}{n_{vermelho}}\right)^2}}.$$

A velocidade da cor vermelha no material é:

$$v_{vermelha} = \frac{C}{n_{vermelha}}.$$

Calculando o tempo de travessia:

$$\Delta t = \frac{d}{v_{vermelha}} = \frac{D}{\sqrt{1 - \frac{n_{ar}\ \text{sen}\ \theta_i}{n_{vermelho}}}} \Big/ \frac{C}{n_{vermelho}} \Rightarrow \Delta t = \frac{D}{\sqrt{1 - \frac{n_{ar}\ \text{sen}\ \theta_i}{n_{vermelho}}}} \times \frac{n_{vermelho}}{C} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{D}{C}\sqrt{\frac{n_{vermelho}^2}{1 - \frac{n_{ar}\ \text{sen}\ \theta_i}{n_{vermelho}}}} = \frac{D}{C}\sqrt{\frac{n_{vermelho}^2}{\frac{n_{vermelho} - n_{ar}\ \text{sen}\ \theta_i}{n_{vermelho}}}} \Rightarrow$$

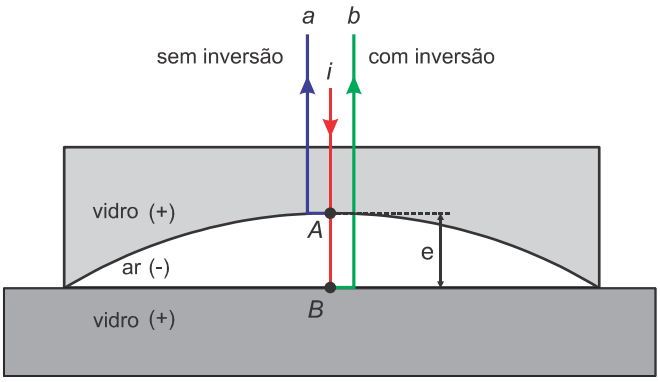
$$\boxed{\Delta t = \frac{D}{C}\sqrt{\frac{n_{vermelho}^3}{n_{vermelho} - n_{ar}\ \text{sen}\ \theta_i}}.}$$

Resposta da questão 17:
[B]

- Cálculo da espessura (**e**) da camada de ar.

Dado: $\lambda = 589\,\text{nm} = 589 \times 10^{-9}\,\text{m}$.

Na refração, não ocorre inversão de fase. Na reflexão, só ocorre inversão de fase quando o sentido de propagação é do meio menos refringente para o mais refringente.
Assim, na figura abaixo, o raio *a*, refletido em *A*, não sofre inversão de fase, porém o raio *b*, refletido em *B*, sofre inversão de fase.



i - raio incidente

a - raio refletido sem inversão de fase

b - raio refletido com inversão de fase

Interbits®

Então os raios *a* e *b* estão em oposição de fases. Para ocorrer interferência destrutiva, a diferença de percurso (Δx) deve ser um número par (**p**) de semiondas $(\lambda/2)$.
Mas a diferença de percurso é igual a duas vezes a espessura (**e**) da camada de ar (ida e volta).

Equacionando:

$$\Delta x = p\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2e = p\frac{\lambda}{2} \Rightarrow e = p\frac{\lambda}{4}.$$

Como são 50 anéis escuros: p = (0, 2, 4, ..., 100).

Substituindo:

$$e = 100 \times \frac{589 \times 10^{-9}}{4} \Rightarrow e = 14{,}7 \times 10^{-6}\ m \Rightarrow e = 14{,}7\ \mu m.$$

- Cálculo da distância focal da lente.

Dado: $n_{ar} = 1;\ n_{lente} = 1{,}5;\ R_1 = -8\ m$ (face côncava); $R_2 \to \infty$ (face plana).

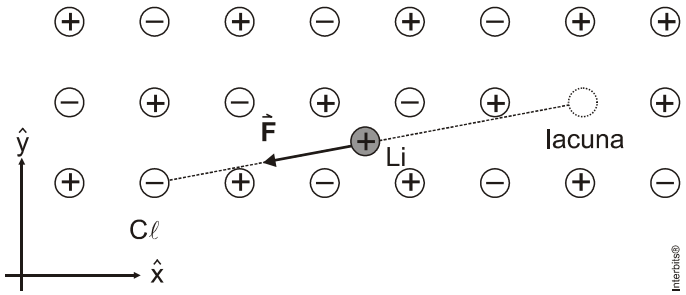
Aplicando a equação do fabricante de lentes (Halley):

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{Lente}}{n_{meio}} - 1\right) \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{1{,}5}{1} - 1\right)\left(\frac{-1}{8} + \frac{1}{\infty}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = 0{,}5\left(\frac{-1}{8}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{-1}{16} =$$

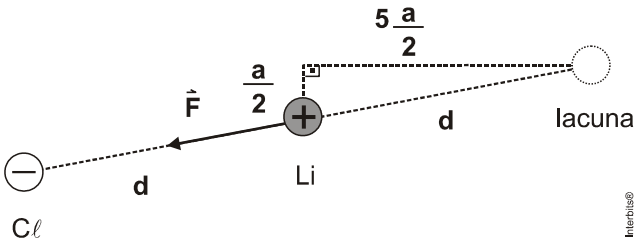
$$\boxed{f = -16\ m.}$$

Resposta da questão 18:

Devido à simetria, se não houvesse a ausência de um átomo de Cl, a impureza de lítio seria igualmente atraída pelos átomo de Cl e repelida pelos átomos de Na e a resultante das forças sobre essa impureza seria nula. A ausência desse átomo de Cl, desequilibra as forças sobre a impureza e a resultante passa a ser a força de atração exercida sobre o átomo simétrico à lacuna deixada pelo átomo ausente. A figura ilustra a situação.



Sendo **a** distância entre dois átomos vizinhos na mesma fila, aplicando Pitágoras no triângulo retângulo da figura:



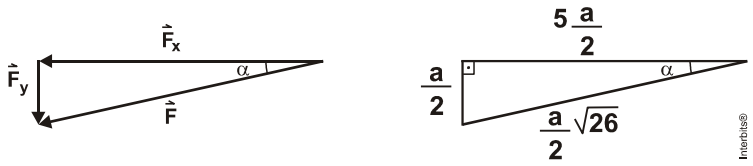
$$d^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2 \Rightarrow d^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{25\,a^2}{4} = \frac{26\,a^2}{4} \Rightarrow$$

$$d^2 = \frac{13\,a^2}{2} \Rightarrow d = a\sqrt{\frac{13}{2}} \Rightarrow d = \frac{a}{2}\sqrt{26}.$$

Sendo **e** o módulo da carga dos átomos de cloro e lítio, a intensidade da força $\vec{F}$, dada pela lei de Coulomb, entre esses átomos é:

$$F = \frac{K_0\, e^2}{d^2} \Rightarrow F = \frac{K_0\, e^2}{13\, a^2 / 2} \Rightarrow F = \frac{2\, K_0\, e^2}{13\, a^2}.$$

A resultante $\vec{F}$ tem duas componentes: $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$, como indicado.



$$\vec{F} = F_x\,\hat{x} + F_y\,\hat{y} \Rightarrow \vec{F} = (-F\cos\alpha)\,\hat{x} + (-F\,\mathrm{sen}\alpha)\,\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{2\, K_0\, e^2}{13\, a^2} \times \frac{a/2}{a/2\,\sqrt{26}}\right)\hat{x} - \left(\frac{2\, K_0\, e^2}{13\, a^2} \times \frac{5\,a/2}{a/2\,\sqrt{26}}\right)\hat{y} =$$

$$\vec{F} = -\frac{5\sqrt{26}\, K_0\, e^2}{169\, a^2}\,\hat{x} - \frac{\sqrt{26}\, K_0\, e^2}{169\, a^2}\,\hat{y}.$$

Resposta da questão 19:
[A]

- Cálculo da intensidade da força elástica (**$F_{elá}$**) no equilíbrio.
O período (**T**) do sistema massa-mola é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow T^2 = \boxed{\frac{4\pi^2}{k}}\, m \Rightarrow T^2 = \boxed{\alpha}\, m \Rightarrow \alpha = \frac{4\pi^2}{k} \Rightarrow$$

$$k = \frac{4\,\pi^2}{\alpha}$$

Essa expressão mostra que o quadrado do período é diretamente proporcional à massa (**m**). O gráfico de $\mathbf{T^2}$ em função de **m** é uma reta que passa pela origem. Relacionando o coeficiente angular da reta (α) com a constante elástica da mola (**k**):

$$\left.\begin{cases} T^2 = \boxed{\frac{4\pi^2}{k}}\, m \\ T^2 = \boxed{\alpha}\, m \end{cases}\right\} \Rightarrow \alpha = \frac{4\pi^2}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2}{\alpha}.$$

A deformação da mola (**x**) é:

$$x = r_0 - r \Rightarrow x = r_0 - \frac{2\, r_0}{3} \Rightarrow x = \frac{r_0}{3}.$$

Combinando as duas expressões anteriores, calculamos a intensidade da força elástica.

$$F_{elá} = k\, x \Rightarrow F_{elá} = \frac{4\pi^2}{\alpha} \times \frac{r_0}{3} \Rightarrow F_{elá} = \frac{4\pi^2\, r_0}{3\,\alpha}. \quad (I)$$

- Cálculo da intensidade da força elétrica (**$F_{elé}$**) no equilíbrio.

A intensidade do campo elétrico entre as placas é **E**. Esse valor é a soma dos campos elétricos das placas. Então o campo elétrico de cada placa tem intensidade **E/2**.
Sendo **Q** módulo da carga de cada placa, aplicando a expressão da força elétrica, obtemos a intensidade da força elétrica com as placas se atraem.

$$F_{elé} = Q\,\frac{E}{2}.$$

Mas a intensidade do campo elétrico entre as placas pode ser calculada pela expressão:

$$E\,r = V \;\Rightarrow\; E\left(\frac{2\,r_0}{3}\right) = V_m \;\Rightarrow\; E = \frac{V_m}{2\,r_0/3} \;\Rightarrow\; E = \frac{3\,V_m}{2\,r_0}.$$

Calculando a carga:

$$\left.\begin{cases} C = \dfrac{\varepsilon\,A}{r} \;\Rightarrow\; C = \dfrac{\varepsilon\,A}{2\,r_0/3} \;\Rightarrow\; C = \dfrac{3\,\varepsilon\,A}{2\,r_0} \\ Q = C\,V_m \end{cases}\right\} \Rightarrow\; Q = \frac{3\,\varepsilon\,A}{2\,r_0}\;V_m$$

Voltando à expressão da força elétrica e substituindo os resultados obtidos acima:

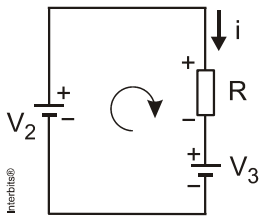
$$F_{elé} = Q\,\frac{E}{2} = \frac{1}{2}\,Q\,E \;\Rightarrow\; F_{elé} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{3\,\varepsilon\,A\,V_m}{2\,r_0}\right)\times\left(\frac{3\,V_m}{2\,r_0}\right) \;\Rightarrow F_{elé} = \frac{9\,\varepsilon\,A\,V_m^2}{8\,r_0^2} \quad (II)$$

Desconsiderando a massa da placa superior, no equilíbrio, as forças elétrica e elástica têm a mesma intensidade.

Assim, igualando as expressões (I) e (II):

$$F_{elé} = F_{elá} \;\Rightarrow\; \frac{9\,\varepsilon\,A\,V_m^2}{8\,r_0^2} = \frac{4\,\pi^2\,r_0}{3\,\alpha} \;\Rightarrow\; \boxed{\varepsilon = \frac{32\,\pi^2\,r_0^3}{27\,\alpha\,A\,V_m^2}.}$$

Resposta da questão 20:
Com as três chaves fechadas, calculemos a corrente **i** na malha destacada na figura, percorrendo-a no sentido horário.



$$R\,i + V_3 - V_2 = 0 \;\Rightarrow\; i = \frac{V_2 - V_3}{R}.$$

Durante o tempo **T**, as placas são carregadas pela corrente $\alpha\,i$. A carga (**Q**) adquirida pelo capacitor nesse 1º ciclo é:

$$Q = \alpha\,i\,T = \alpha\,\frac{V_2 - V_3}{R}\,T \;\Rightarrow\; Q = \alpha\,T\,\frac{V_2 - V_3}{R}.$$

Passarão a ocorrer sucessivos ciclos carga/descarga, recebendo carga **Q** e descarregando um fator **f** da carga inicial de cada ciclo.
Assim:

$$1^{o}\,\text{Ciclo}\ \begin{cases} q_{1i} = Q \\ q_{1f} = Q - f\,Q \ \Rightarrow\ q_{1f} = Q(1-f). \end{cases}$$

$$2^{o}\,\text{Ciclo}\ \begin{cases} q_{2i} = q_{1f} + Q \ \Rightarrow\ q_{2i} = Q(1-f) + Q \\ q_{2f} = q_{2i} - f\,q_{2i} \ \Rightarrow\ q_{2f} = q_{2i}(1-f) \ \Rightarrow\ q_{2f} = \left[Q(1-f) + Q\right](1-f) \ \Rightarrow \\ q_{2f} = Q(1-f)^2 + Q(1-f) \ \Rightarrow\ q_{2f} = Q\left[(1=f)^2 + (1-f)\right]. \end{cases}$$

$$3^{o}\,\text{Ciclo}\ \begin{cases} q_{3i} = q_{2f} + Q \ \Rightarrow\ q_{3i} = Q\left[(1-f)^2 + (1-f)\right] + Q \\ q_{3f} = q_{3i} - f\,q_{3i} \ \Rightarrow\ q_{3f} = q_{3i}(1-f) \ \Rightarrow \\ q_{3f} = Q\left[(1-f)^3 + (1-f)^2 + (1-f)\right]. \end{cases}$$

Ao final do n-ésimo ciclo, a carga é:

$$q_{nf} = Q\left[(1-f) + (1-f)^2 + (1-f)^3 + ... + (1-f)^n\right]$$

A soma que aparece entre colchetes é a dos **n** termos de uma progressão geométrica. Como o processo é repetido indefinidamente, temos uma P.G. com infinitos termos, na qual o primeiro termo é $\mathbf{a_1 = (1 - f)}$ e a razão é $\mathbf{r = (1 - f)}$.

$$q = Q\left[(1-f) + (1-f)^2 + (1-f)^3 + ...\right]$$

Como a razão é menor que 1, a soma desses infinitos termos é:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q}.$$

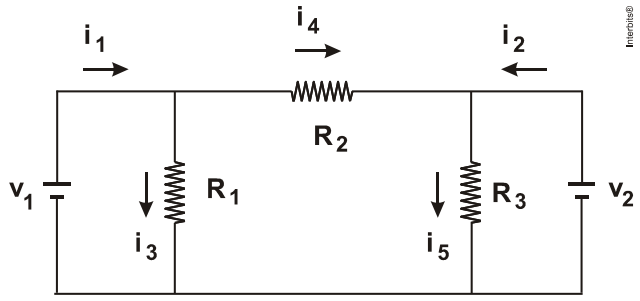
Então:

$$q = Q\frac{1-f}{1-(1-f)} = Q\frac{1-f}{f} \ \Rightarrow\ q = \frac{\alpha\,T(V_2 - V_3)}{R}\ \frac{1-f}{f} \ \Rightarrow$$

$$\boxed{q = \frac{\alpha\,T(V_2 - V_3)(1-f)}{f\,R}.}$$

Resposta da questão 21:
[D]

Montando o circuito:



Aplicando as leis de Kirchoff:

Lei dos nós:

$$\begin{cases} i_1 = i_3 + i_4 \\ i_2 + i_4 = i_5 \quad \Rightarrow \quad i_2 = i_5 - i_4 \end{cases}$$

Lei das malhas:

$$\begin{cases} -v_1 + R_1\, i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_3 = \dfrac{v_1}{R_1} \\ -v_2 + R_3\, i_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_5 = \dfrac{v_2}{R_3} \\ -v_1 + R_2\, i_4 + v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_4 = \dfrac{v_1 - v_2}{R_2} \end{cases}$$

Fazendo substituições:

$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{v_1}{R_1} + \dfrac{v_1 - v_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad i_1 = \dfrac{R_2\, v_1 + R_1\, (v_1 - v_2)}{R_1\, R_2} \quad \Rightarrow \\ i_1 = \dfrac{R_2\, v_1 + R_1\, v_1 - R_1\, v_2}{R_1\, R_2} \quad \Rightarrow \quad i_1 = \dfrac{v_1}{R_1} + \dfrac{v_1}{R_2} - \dfrac{v_2}{R_2} \quad \Rightarrow \\ i_1 = \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) v_1 - \dfrac{1}{R_2} v_2 \qquad (\mathrm{I}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 = \dfrac{v_2}{R_3} - \dfrac{v_1 - v_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad i_2 = \dfrac{R_2\, v_2 - R_3\, (v_1 - v_2)}{R_2\, R_3} \quad \Rightarrow \\ i_2 = \dfrac{R_2\, v_2 - R_3\, v_1 + R_3\, v_2}{R_2\, R_3} \quad \Rightarrow \quad i_2 = \dfrac{v_2}{R_3} - \dfrac{v_1}{R_2} + \dfrac{v_2}{R_2} \quad \Rightarrow \\ i_2 = -\dfrac{1}{R_2} v_1 + \left(\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) v_2 \qquad (\mathrm{II}) \end{cases}$$

Dos dados:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Calculando a matriz inversa, podemos obter i_1 e i_2 em função de v_1 e v_2:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Determinando essa matriz inversa:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4a+2c & 4b+2d \\ 2a+3c & 2b+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{cases} 4a+2c=1 \\ 4b+2d=0 \\ 2a+3c=0 \\ 2b+3d=1 \end{cases}\right\} \Rightarrow a=\frac{3}{8};\ b=-\frac{1}{4};\ c=-\frac{1}{4};\ d=\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Então:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} i_1 = \frac{3}{8}v_1 - \frac{1}{4}v_2 \quad (III) \\ i_2 = \frac{-1}{4}v_1 + \frac{1}{2}v_2 \quad (IV) \end{cases}$$

Confrontando (I) e (III):

$$\left.\begin{cases} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{3}{8} \\ \frac{-1}{R_2}=\frac{-1}{4} \end{cases}\right\} \Rightarrow R_2 = 4\ \Omega;\ R_1 = 8\ \Omega$$

Confrontando (II) e (IV):

$$\left.\begin{cases} \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{2} \\ \frac{-1}{R_2}=\frac{-1}{4} \end{cases}\right\} \Rightarrow R_2 = 4\ \Omega;\ R_2 = 4\ \Omega$$

Portanto:
$R_1 = 8\ \Omega;\ R_2 = 4\ \Omega;\ R_3 = 4\ \Omega$

Resposta da questão 22:
[B]

Sendo $\mathbf{f_0}$ a frequência emitida, os dados são: $m = \varepsilon/c^2 = h\,f_0/c^2;\ (1+x)^n \cong 1+nx$ para $x << 1$.

Pela conservação da energia:

$$h\,f = h\,f_0 + m\,g\,d \Rightarrow h\,f = h\,f_0 + \frac{h\,f_0}{c^2}g\,d.$$

Para haver excitação, o aumento de frequência deve ser compensado pela diminuição na frequência aparente devido ao efeito Doppler. Assim:

$$f_{ap} = f_0 \Rightarrow f\left(1-\frac{v}{c}\right) = f_0 \Rightarrow f = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}.$$

Então:

$$\frac{h\,f_0}{1-\frac{v}{c}} = h\,f_0 + \frac{h\,f_0}{c^2}\,g\,d \Rightarrow \left(1-\frac{v}{c}\right)^{-1} = 1+\frac{g\,d}{c^2}.$$

Mas:

$$\left(1-\frac{v}{c}\right)^{-1} \cong \left(1-(-1)\frac{v}{c}\right) = 1+\frac{v}{c}.$$

Substituindo:

$$1+\frac{v}{c} = 1+\frac{g\,d}{c^2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{g\,d}{c}.}$$

Resposta da questão 23:
[D]

Combinando a definição de índice de refração com a equação fundamental da ondulatória:

$$n_{ar} = \frac{c}{v_{ar}} \Rightarrow n_{ar} = \frac{\lambda\, f}{\lambda_{ar}\, f} \Rightarrow n_{ar} = \frac{\lambda}{\lambda_{ar}}. \quad (I)$$

A interferência ocorre devido às duas passagens do raio pela cápsula. Para o vácuo, o número de comprimentos de onda que cabem na cápsula é:

$$N_v = \frac{2\,d}{\lambda}.$$

Quando há ar na cápsula, o meio torna-se mais refringente, diminui a velocidade de propagação e, consequentemente, o comprimento de onda. O número de comprimentos de onda que cabem na cápsula com ar é, então,

$$N_{ar} = \frac{2\,d}{\lambda_{ar}}.$$

De acordo com o enunciado:

$$N_{ar} - N_v = N \Rightarrow \frac{2\,d}{\lambda_{ar}} - \frac{2\,d}{\lambda} = N \Rightarrow \frac{2\,d}{\lambda_{ar}} = \frac{N\,\lambda + 2\,d}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\lambda_{ar} = \frac{2\,d\,\lambda}{N\,\lambda + 2\,d}. \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I):

$$n = \frac{\lambda}{\frac{2\,d\,\lambda}{N\,\lambda + 2\,d}} \Rightarrow n = \frac{2\,d + N\,\lambda}{2\,d} \Rightarrow$$

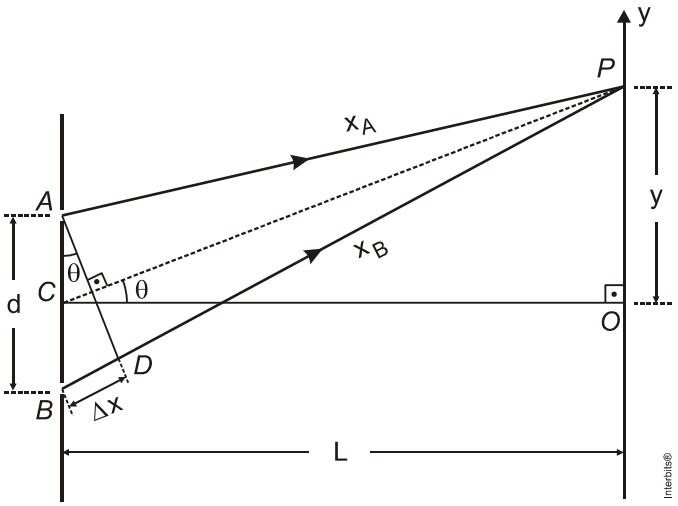
$$\boxed{n = 1+\frac{N\,\lambda}{2\,d}.}$$

Resposta da questão 24:
Na figura:

- *A* e *B* são duas fendas e *C* o ponto médio entre elas;
- as distâncias percorridas por dois raios desde cada fenda até o ponto *P* do anteparo são $\mathbf{x_A}$ e $\mathbf{x_B}$;
- a diferença de percurso entre os dois raios é $\Delta x = x_B - x_A$;
- as distâncias entre as fontes e entre as fontes e o anteparo são **d** e **L**, respectivamente.

Dados:

$d = 22\,mm = 22\times10^{-6}\,m;\ L = 5\ m;\ \lambda_V = 660\ nm = 660\times10^{-9}\,m;\ \lambda_A = 440\ nm = 440\times10^{-9}\,m.$



Como $\theta << 1\,rad$, o triângulo ABD pode ser considerado retângulo e $sen\theta \cong \tan\theta$.

$$\left.\begin{array}{l} sen\,\theta = \dfrac{\Delta x}{d} \\ \tan\theta = \dfrac{y}{L} \end{array}\right\rangle \ \tan\theta = sen\,\theta \ \Rightarrow\ \frac{y}{L} = \frac{\Delta x}{d} \ \Rightarrow\ y = \frac{L\,\Delta x}{d} \quad (I).$$

Como é pedido o primeiro máximo para y > 0, o ponto *P* deve ser de interferência construtiva para a luz vermelha e para a luz azul. Mas, para a interferência ser construtiva, a diferença de percurso (Δx) deve ser igual a um número inteiro (**N**) de vezes o comprimento de onda:

$\Delta x = N\lambda \quad (N = 0, 1, 2, 3, K)$.

Aplicando a expressão (I) para as duas radiações e substituindo valores:

$$\left.\begin{array}{l} y_V = \dfrac{L\,N_V\,\lambda_V}{d} \quad (II) \\ y_A = \dfrac{L\,N_A\,\lambda_A}{d} \quad (III) \end{array}\right\rangle \Rightarrow y_V = y_A \ \Rightarrow\ N_V\,\lambda_V = N_A\,\lambda_A \ \Rightarrow\ N_V\times660 = N_A\times440 =$$

$3\,N_V = 2\,N_A$.

Para y > 0, os dois menores valores inteiros que satisfazem a igualdade obtida são:
$\mathbf{N_V = 2}$ e $\mathbf{N_A = 3}$.
Substituindo esses valores em (II) e (III):

$$\left.\begin{array}{l} y_V = \dfrac{5\times2\times660\times10^{-9}}{22\times10^{-6}} = 300\times10^{-3}\,m \Rightarrow y_V = 0{,}3\ m \\ y_A = \dfrac{5\times3\times440\times10^{-9}}{22\times10^{-6}} = 300\times10^{-3}\,m \Rightarrow y_A = 0{,}3\ m \end{array}\right\rangle \Rightarrow y = y_V = y_A \ \Rightarrow$$

$y = 0{,}3\ m$.

Resposta da questão 25:

[A]

O gráfico indica que o efeito fotoelétrico começa a ocorrer a partir de uma ddp contrária de 2,5 V. Ou seja, se não houvesse essa ddp contrária, cada elétron seria ejetado com energia cinética $E_C = 2,5\,eV$. Como a função trabalho é $W = 4,1\,eV$, da equação do efeito fotoelétrico, a energia do fóton incidente é:
$E_{fóton} = W + E_C = 4,1 + 2,5 \Rightarrow E_{fóton} = 6,6\ eV.$

Calculemos o número de elétrons ejetados para formar a corrente de saturação:

$$i = \frac{n\,e}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{i\,\Delta t}{e} = \frac{10\times10^{-6}\times\Delta t}{e}.$$

A energia total absorvida por unidade de tempo (potência) pelos elétrons ejetados é:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{E_{fóton}\times n}{\Delta t} \Rightarrow \frac{6,6\ \cancel{e}V\times10\times10^{-6}\times\cancel{\Delta t}}{\cancel{e}\,\Delta t} \Rightarrow P = 66\times10^{-6}\ W.$$

A intensidade da radiação é dada pela razão entre a potência e a área.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{66\times10^{-6}}{5} = 13,2\times10^{-6}\ W/m^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{I = 13\ \mu W/cm^2.}$$

Resposta da questão 26:
[C]

A energia potencial envolvida no ato de uma pessoa levantar uma caixa de 20,3 kg do chão até uma altura de 2,0 m pode ser calculada da seguinte maneira:

$$E = m\times g\times h$$

$$E = 20,3\ kg\times10\,\frac{m}{s^2}\times2,0\ m$$

$$E = 406\ kg\times\frac{m^2}{s^2}$$

$$1\ J = 1\ kg\times\frac{m^2}{s^2}, \text{ então :}$$

$$E = 406\ J = 406\times10^{-3}\ kJ$$

$$1\,C_{15}H_{26}O_6 + \frac{37}{2}O_2 \rightarrow 15\,CO_2 + 13\,H_2O \qquad \Delta H = -8.120\ kJ/mol$$

$$\frac{37}{2}\ mol \text{ ——————— } 8.120\ kJ \text{ liberados}$$

$$n_{O_2} \text{ ——————— } 406\times10^{-3}\ kJ \text{ liberados}$$

$$n_{O_2} = 9,25\times10^{-4}\ mol$$

Resposta da questão 27:
[A]

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]
Dados: $m = 101,5\ kg; c = 1\ cal/g\times°C = 4\times10^3\ J/kg\times°C; \Delta\theta = 2°C.$

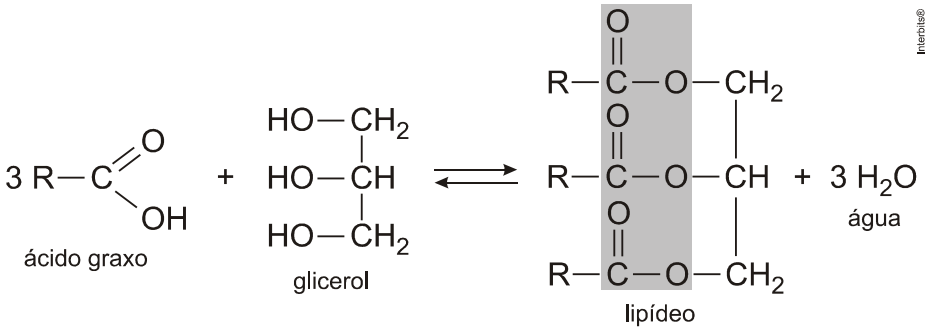
Calculando a quantidade de calor necessária para o aquecimento:

$Q = m\,c\,\Delta\theta = 101{,}5 \times 4 \times 10^3 \times 2 \Rightarrow Q = 812\,000\ J = 812\ kJ.$

$$\left\{\begin{array}{ccc} 1\,mol & \rightarrow & 8\,120\ kJ \\ n & \rightarrow & 812\ kJ \end{array}\right\} \Rightarrow n = \frac{812}{8\,120} \Rightarrow$$

$n = 0{,}1\ mol.$

$C_{15}H_{26}O_6$:
- não pode ser proteína por não apresentar nitrogênio na fórmula;
- não pode ser carboidrato por não apresentar fórmula mínima $C_n(H_2O)_m$ ou segundo a biologia $(CH_2O)_m$;
- os lipídios do tipo glicerídios são ésteres derivados de ácido graxo e glicerol. Cada grupo éster tem dois átomos de O, logo o composto dado é um triéster. Se for usado na fabricação de margarina deve ser um óleo (cadeia predominantemente insaturada)



Industrialmente, a fabricação de margarina é feita pela hidrogenação catalítica de óleos.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Química]
A quantidade de calor necessária para o aquecimento depende da massa e da variação de temperatura de acordo com a expressão matemática $Q = m \times c \times \Delta T$, então:

$$c = 1\ \frac{cal}{g.°C}$$

$1\ cal \approx 4{,}0\ J$

$$c = 4{,}0\ \frac{J}{g.°C}$$

$m = 101{,}5\ kg;\ \Delta T = 2°C$

$Q = m \times c \times \Delta T$

$$Q = 101{,}5\ kg \times 4{,}0\ \frac{J}{g.°C} \times 2°C$$

$$Q = 812 \times 10^{-3}\ kJ$$

$$1\,C_{15}H_{26}O_6 + \frac{37}{2}O_2 \rightarrow 15\,CO_2 + 13\,H_2O \qquad \Delta H = -8.120\ kJ/mol$$

$1\,mol$ ——— 8.120 kJ (liberados)
n ——— 812 kJ (liberados)

$n = 0{,}1\,mol$

Conclusão: 0,1 mol de butirina são necessários para aumentar de 2°C a temperatura corporal de um homem de 101,5 kg.

Como a butirina está presente na manteiga e é utilizada na produção de margarina, conclui-se é um lipídio.

Resposta da questão 28:
[A]

O texto e as perguntas não estão bem concatenados, forçando que se chegue a alguma resposta por exclusão.
Entendendo que a região alaranjada compreenda do laranja ao verde-amarelo, a variação de temperatura é:
$\Delta\theta = 72 - 45 \Rightarrow \Delta\theta = 27\ ^\circ C.$