26 - Sr. Osvaldo possui certa quantia com a qual deseja adquirir um eletrodoméstico. Caso a loja ofereça um desconto de 40%, ainda lhe faltarão 1000 reais.
Se o Sr. Osvaldo aplicar sua quantia a juros (simples) de 50% ao mês, ajunta, em três meses, o montante correspondente ao valor do eletrodoméstico sem o desconto.
Assim, o valor do eletrodoméstico e da quantia que o Sr. Osvaldo possui somam, em reais,

a) 4000
b) 5000
c) 7000
d) 8000

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} 0{,}6y = x + 1000 & \text{(I)} \\ y = x + 3 \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I), vem x = 2000 e y = 5000

Logo: x + y = $\boxed{7000}$

RESPOSTA: opção c

27 - Perguntaram a Gabriel qual era seu horário de trabalho e ele respondeu:

"Habitualmente começo às 6 horas da manhã minha jornada de trabalho que é de 8 horas diárias, dividida em dois expedientes. Cumpro no primeiro expediente $\frac{3}{4}$ dessa jornada, tenho um intervalo de almoço de 1 hora e 45 minutos e retorno para cumprir o tempo que falta, ou seja, o segundo expediente.

Hoje, excepcionalmente, quando cheguei, o relógio de ponto registrou um horário tal que o tempo transcorrido do dia era igual aos $\frac{4}{11}$ do tempo restante do dia e eu fui, então, alertado que estava atrasado. Acertei meu relógio pelo relógio de ponto e, para compensar meu atraso, pretendo cumprir os $\frac{3}{4}$ de minha jornada e sair para almoçar reduzindo o tempo de meu intervalo de almoço em $\frac{1}{5}$ Imediatamente retornarei para o trabalho e sairei no meu horário habitual."

QUESTÃO ANULADA

Considerando que o relógio de ponto estivesse certo e em perfeito funcionamento, é correto afirmar que, nesse dia, Gabriel, com sua pretensão

a) sairá para o almoço antes de 12 horas e 23 minutos.
b) retornará após o intervalo de almoço, exatamente, às 13 horas e 50 minutos.
c) cumprirá sua jornada diária na íntegra e ainda sobrarão dois minutos.
d) ficará devendo $\frac{1}{160}$ de sua jornada diária.

28 - Considere todos os números complexos z = x + yi , onde x ∈ ℝ, y ∈ ℝ e $i = \sqrt{-1}$, tais que $\left|z - \sqrt{-1}\right| \leqslant \left|\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right|$

Sobre esses números complexos **z**, é correto afirmar que

a) nenhum deles é imaginário puro.
b) existe algum número real positivo.
c) são todos imaginários.
d) apenas um é número real.

RESOLUÇÃO:

$$\left|z - \sqrt{-1}\right| \leqslant \left|\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right|$$

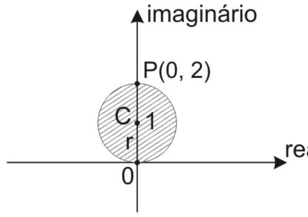
$$|z - i| \leqslant \left|\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right|$$

$$|x + yi - i| \leqslant \frac{|\sqrt{2}|}{|1+i|}$$

$$|x + (y-1)i| \leqslant \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-1)^2} \leqslant 1$$

$x^2 + (y-1)^2 \leqslant 1$ é um círculo de centro C(0, 1) e raio r = 1



a) Falso.
P(0, 2) é afixo do imaginário puro 2i
b) Falso.
O único número real é zero
c) **Falso.**
O zero é real
d) Verdadeiro.

RESPOSTA: opção d

29 - Considere as proposições abaixo.

I) A soma dos infinitos termos da seqüência cujo termo geral é $\frac{n}{3^n}$, n ∈ ℕ*, converge para $\frac{3}{4}$

II) Se $a_k = \cos\left(\frac{2k\pi}{3}\right)$; k ∈ ℕ*, o valor de $a_1 + a_2 + \cdots + a_{97}$ é zero.

III) Se (3, a, b) formam uma progressão geométrica de razão **q** e (a, b, 45), uma progressão aritmética de razão **r**, com **a**, **b** ∈ ℕ, então $\frac{r}{q} = 6$

Pode-se afirmar que, entre as proposições,

a) apenas uma é falsa.
b) apenas duas são falsas.
c) todas são falsas.
d) todas são verdadeiras.

RESOLUÇÃO:

I) Verdadeira.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{3}{27}, \frac{4}{81}, \cdots, \frac{n}{3^n}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{9}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$$
$$\frac{3}{27}=\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}$$
$$\frac{4}{81}=\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{81}+\frac{1}{81}$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$S \quad S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad \cdots$$

Somando membro a membro as igualdades, tem-se $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} S_{1_n} + \lim_{n\to\infty} S_{2_n} + \lim_{n\to\infty} S_{3_n} + \cdots$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}+\cdots=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

II) Falsa.

$$a_k=\cos\left(\frac{2k\pi}{3}\right)$$
$$a_1=\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$$
$$a_2=\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2}$$
$$a_3=\cos 2\pi=1$$
$$a_1=\cos 2\cdot\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2}$$
$$\vdots$$
$$a_{97}=\cos\frac{194\pi}{3}=-\frac{1}{2}$$
$$a_1+a_2+\cdots+a_{97}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1-\cdots-\frac{1}{2}=$$
$$=65\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+32\cdot(1)=-\frac{65}{2}+32=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

III) Verdadeira.

P.G. (3, a, b) | P.A. (a, b, 45)

$q=\frac{a}{3}$ | $r=b-a$

$\boxed{a^2=3b}$ I | $\boxed{b=\frac{a+45}{2}}$ II

II em I: $a^2=3\left(\frac{a+45}{2}\right) \Rightarrow 2a^2-3a-135=0 \Rightarrow \boxed{a=9}$ e $\boxed{b=27}$

Então: q = 3 e r = 18

Logo: $\boxed{\frac{r}{q}=6}$

RESPOSTA: opção a

30 - João Victor e Samuel são dois atletas que competem numa mesma maratona. Num determinado momento, João Victor encontra-se no ponto M, enquanto Samuel encontra-se no ponto N, 5 m à sua frente.
A partir desse momento, um observador passa a acompanhá-los registrando as distâncias percorridas em cada intervalo de tempo de 1 segundo, conforme tabelas abaixo.

João Victor	
Intervalo	Distância (m)
1º	$\frac{1}{2}$
2º	$\frac{3}{4}$
3º	$\frac{9}{8}$
⋮	⋮

Samuel	
Intervalo	Distância (m)
1º	$\frac{1}{2}$
2º	$\frac{3}{4}$
3º	1,0
⋮	⋮

Sabe-se que os números da tabela acima que representam as distâncias percorridas por João Victor formam uma progressão geométrica, enquanto os números da tabela acima que representam as distâncias percorridas por Samuel formam uma progressão aritmética.
Com base nessas informações, é **INCORRETO** afirmar que ao final do

a) 5º segundo, João Victor já terá atingido o ponto N
b) 5º segundo, Samuel percorreu uma distância igual à que os separava nos pontos M e N
c) 6º segundo, João Victor terá alcançado Samuel.
d) 8º segundo, João Victor estará mais de 8 metros à frente de Samuel.

RESOLUÇÃO:

<u>João Victor</u>: P.G. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{9}{8},\cdots\right)$ $q=\frac{3}{2}$

<u>Samuel</u>: P.A. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4},1,\cdots\right)$ $r=\frac{1}{4}$

a) Verdadeira.

$$S_5=\frac{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^5-1\right]}{\frac{3}{2}-1}=6{,}59\text{ m}$$

b) Verdadeira.

$$a_5=\frac{1}{2}+4\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$$
$$S_5=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\cdot 5}{2}=5\text{ m}=d_{AB}$$

c) Falsa.

João Victor: $S_6=\frac{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^6-1\right]}{\frac{3}{2}-1}=10{,}39-5\text{m}=5{,}39\text{m}$

Samuel: $a_6=\frac{7}{4}$ e $S_6=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{4}\right)\cdot 6}{2}=6{,}75\text{ m}$

d) Verdadeira.

João Victor: $S_8=\frac{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^8-1\right]}{\frac{1}{2}}=24{,}62-5=19{,}62$

Samuel: $a_8=\frac{9}{4}$ e $S_8=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{9}{4}\right)\cdot 8}{2}=11\text{m}$

$19{,}62-11=8{,}62\text{ m}$

RESPOSTA: opção c

31 - O polinômio $P_1(x) = mx^3 - 2nx^2 - mx + n^2$, onde $\{m, n\} \subset \mathbb{R}$ é unitário e não é divisível por $P_2(x) = x$

Sabe-se que $P_1(x) = 0$ admite duas raízes simétricas.
Sobre as raízes de $P_1(x) = 0$ é **INCORRETO** afirmar que

a) o número **n** é uma das raízes.
b) nenhuma delas é número imaginário.
c) todas são números inteiros.
d) uma delas é um número par.

RESOLUÇÃO:

Se P_1 é unitário, então m = 1 e $P_1(x) = x^3 - 2nx^2 - x + n^2$

Sejam a, –a e b as raízes de P_1

① $a - a + b = 2n \Rightarrow b = 2n$
② $-a^2 + ab - ab = -1 \Rightarrow a = \pm 1$
③ $-a^2 b = -n^2 \Rightarrow b = \frac{n^2}{a^2}$

Como $b = -2n$ e $a^2 = 1$, então

$$2n = \frac{n^2}{1} \Rightarrow n^2 - 2n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (não convém)} \\ \text{ou} \\ n = 2 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ As raízes de P_1 são x = 4 ou x = 1 ou x = –1

a) **Incorreto**, n = 2 e 2 não é raiz de P_1
b) **Verdadeira.**
c) **Verdadeira.**
d) **Verdadeira.**

RESPOSTA: opção a

32 - As senhas de acesso a um determinado arquivo de um microcomputador de uma empresa deverão ser formadas apenas por
6 dígitos pares, não nulos.
Sr. José, um dos funcionários dessa empresa, que utiliza esse microcomputador, deverá criar sua única senha.
Assim, é **INCORRETO** afirmar que o Sr. José

a) poderá escolher sua senha dentre as 2^{12} possibilidades de formá-las.
b) terá 4 opções de escolha, se sua senha possuir todos os dígitos iguais.
c) poderá escolher dentre 120 possibilidades, se decidir optar por uma senha com somente 4 dígitos iguais.
d) terá 480 opções de escolha, se preferir uma senha com apenas 3 dígitos iguais.

RESOLUÇÃO:

Possibilidades de escolha dos dígitos iguais: {2, 4, 6, 8}
Total 4
Possibilidades de posições a serem ocupadas pelos dígitos iguais:
Total $C_{6,4} = 15$
Possibilidades de os 3 dígitos não escolhidos ocuparem as 2 posições restantes:
Total $A_{3,2} = 6$
Pelo Princípio Fundamental da Contagem: $4 \cdot 15 \cdot 6 = 360$

RESPOSTA: opção c

33 - Com relação ao binômio $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^n$ é correto afirmar que

a) se o 5º termo do desenvolvimento desse binômio, segundo as potências decrescentes de **x**, é $560x^2$, então **n** é igual a 7
b) se **n** é ímpar, seu desenvolvimento possui um número ímpar de termos.
c) possui termo independente de **x**, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$
d) a soma de seus coeficientes binomiais é igual a 64 quando esse binômio possui seis termos.

RESOLUÇÃO:

Termo Geral de $(x + a)^n$: $T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{n-p} a^p$

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} (x^2)^{n-p} (2)^p (x^{-1})^p$$

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{2n-2p} \cdot 2^p \cdot x^{-p}$$

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^{2n-3p} \cdot 2^p$$

5º termo $\rightarrow$ p = 4

$$T_5 = \binom{n}{4} 16x^{2n-3p}$$

$x^2 \rightarrow 2n - 3(4) = 2 \Rightarrow n = 7$

$$T_5 = \binom{7}{4} 16 = 560$$

RESPOSTA: opção a

34 - No lançamento de um dado viciado, a face **6** ocorre com o dobro da probabilidade da face **1**, e as outras faces ocorrem com a probabilidade esperada em um dado não viciado de 6 faces numeradas de 1 a 6
Dessa forma, a probabilidade de ocorrer a face **1** nesse dado viciado é

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{2}{9}$

RESOLUÇÃO:

P(face 6) = 2p
P(face1) = p

P(face 2) = $\frac{1}{6}$, P(face 3) = $\frac{1}{6}$, P(face 4) = $\frac{1}{6}$ e P(face 5) = $\frac{1}{6}$
Portanto

$$3p + \frac{4}{6} = 1$$

$$p = \frac{1}{9}$$

RESPOSTA: opção c

35 - Um trailer de sanduíches anunciou para a segunda-feira, a seguinte promoção:

"Saboreie: 1 X-bacana, 1 porção de batatas fritas, 1 refrigerante em lata, e pague apenas y reais."

Como o movimento da noite de segunda-feira estava fraco, o proprietário resolveu manter os preços individuais de cada componente da oferta para quaisquer combinações de pedidos

dos produtos citados.
Assim, as famílias A, B e C pagaram juntas 56 reais pelos produtos consumidos, conforme o quadro abaixo:

Quantidade / Família	X-bacana	Porção de fritas	Refrigerante em lata
A	5	4	4
B	3	0	2
C	1	2	2

Sabendo-se que a família A gastou 3 reais a mais que o dobro do valor gasto pela família B e que a família C gastou 3 reais a menos que a família B, é **INCORRETO** afirmar que

a) 6 refrigerantes em lata custam tanto quanto 10 porções de batatas fritas.
b) a família B gastou o equivalente a 30% das despesas das famílias A e C juntas.
c) o preço **y** da promoção sugerida não ultrapassa R$ 7,50
d) a famíla B poderia ter optado por pedir duas promoções e sua despesa seria a mesma.

RESOLUÇÃO:

Para o gasto de cada família, temos:

A = 2B + 3 e C = B – 3
Como A + B + C = 56, temos que A = 31, B = 14 e C = 11

Sendo x, y e z o preço do X-bacana, da porção de fritas e do refrigerante em lata, respectivamente, então temos:

$$\begin{cases} 5x + 4y + 4z = 31 \\ 3x + \quad + 2z = 14 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases} \Rightarrow x = 3,\ y = 1{,}5 \text{ e } z = 2{,}5$$

Logo, a única alternativa INCORRETA é a opção b.
OBS.: Para fazer o julgamento dessa alternativa não é necessário que se resolva o sistema, pois o total de despesas de cada uma das famílias já indicaria que a alternativa b é INCORRETA.
RESPOSTA: opção b

36 - Analise as proposições e classifique-as em verdadeiro (**V**) ou falso (**F**).

QUESTÃO ANULADA

( ) Seja A uma matriz quadrada de ordem 2 em que det (3A) = 36
Se dividirmos a 1ª linha de A por 2 e multiplicarmos a 2ª coluna de A por 4, o valor de det A será 8

( ) Sejam M e N matrizes quadradas de ordem 3 e N = aM, a ∈ $\mathbb{R}^*$
Sabendo-se que $\det M = \frac{3}{2}$, $\det(N^t) = 96$ e que N^t é a transposta de N, então a vale 12

( ) Se $A = \begin{vmatrix} bc & a & a^2 \\ ac & b & b^2 \\ ab & c & c^2 \end{vmatrix}$ e $B = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a^3 \\ 1 & b^2 & b^3 \\ 1 & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$, então A = B

( ) Sejam A e B duas matrizes quadradas de ordem **n**
É correto afirmar que $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$, quaisquer que sejam A e B

Marque a seqüência correta.

a) V – F – V – F
b) F – V – F – V
c) V – V – F – F
d) V – F – V – V

37 - Sobre as retas (r) $(1 - k)x + 10y + 3k = 0$ e

(s) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + (1-k)t \end{cases}$ onde k, t ∈ $\mathbb{R}$, pode-se afirmar que

a) poderão ser paralelas coincidentes para algum valor de **k**
b) nunca serão perpendiculares entre si.
c) se forem paralelas, não terão equação na forma reduzida.
d) sempre poderão ser representadas na forma segmentária.

RESOLUÇÃO:

$\boxed{m_r = \frac{-(1-k)}{10} = \frac{k-1}{10}}$

(s) $t = 2 - x \Rightarrow y = -1 + (1 - k)(2 - x) \Rightarrow y = -1 + 2 - 2k - x + kx$
$\Rightarrow y = x(k - 1) + 1 - 2k$
$\boxed{m_s = k - 1}$

a) **Falsa**

$m_r = m_s \Rightarrow \frac{k-1}{10} = k - 1 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{10} & (r) \\ y = -1 & (s) \end{cases}$

$r = s$ Impossível

b) **Verdadeira**

$r \perp s \Rightarrow \left(\frac{k-1}{10}\right) \cdot (k-1) = -1 \Rightarrow k^2 - 2k + 11 = 0 \Rightarrow \nexists k \in \mathbb{R}$

c) **Falsa**

$r \ // \ s \Rightarrow m_r = m_s = \frac{k-1}{10} = k - 1 \Rightarrow \begin{matrix} (r)\ y = -\frac{3}{10} \\ (s)\ y = -1 \end{matrix}$ que estão na forma reduzida

d) **Falso** k = 1 ⇒ retas horizontais

RESPOSTA: opção b

38 - Os vértices de um triângulo ABC são os centros das circunferências:

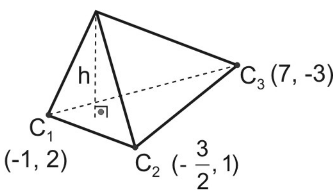
(λ_1) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$
(λ_2) $4x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 15 = 0$
(λ_3) $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 8$

O tetraedro cuja base é o triângulo ABC e cuja altura, em metros, é igual à média aritmética dos quadrados dos raios das circunferências acima, também em metros, possui volume, em m^3, igual a

a) $\frac{21}{2}$
b) $\frac{21}{4}$
c) $\frac{49}{2}$
d) $\frac{49}{4}$

RESOLUÇÃO:

(λ_1) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 6$
(λ_2) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = 7$
(λ_3) $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 8$



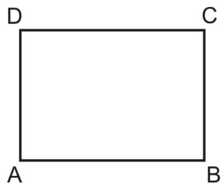
$h = \frac{6+7+8}{3} = 7$

$$\left.\begin{array}{l} Sc_1c_2c_3 = \frac{1}{2}\left|\det c_1c_2c_3\right| \\ \det c_1c_2c_3 = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -3/2 & 1 & 1 \\ 7 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{21}{2} \end{array}\right\} S_{c_1c_2c_3} = \frac{21}{4}$$

Volume do tetraedro $\Rightarrow$ $V \cdot \frac{S \cdot h}{3} \Rightarrow \boxed{V = \frac{49}{4}}$

RESPOSTA: opção d

39 - Suponha um terreno retangular com medidas de 18 m de largura por 30 m de comprimento, como na figura abaixo:



Um jardineiro deseja construir nesse terreno um jardim elíptico que tenha os dois eixos com o maior comprimento possível. Ele escolhe dois pontos fixos P e Q, onde fixará a corda que vai auxiliar no traçado.
Nesse jardim, o jardineiro pretende deixar para o plantio de rosas uma região limitada por uma hipérbole que possui:

- eixo real com extremidades em P e Q;
- excentricidade $e = \frac{5}{4}$

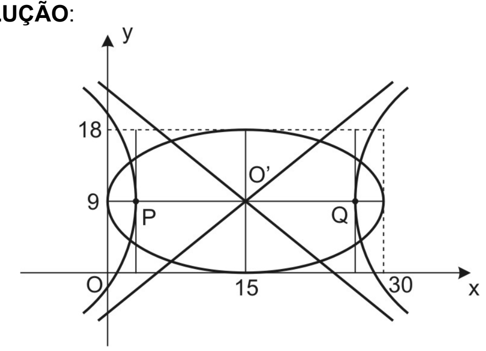
Considerando o ponto A coincidente com a origem do plano cartesiano e a elipse tangente aos eixos coordenados, no primeiro quadrante, julgue as afirmativas abaixo.

(01) O centro da elipse estará a uma distância de $3\sqrt{34}$ m do ponto A
(02) Para fazer o traçado da elipse o jardineiro precisará de menos de 24 m de corda.
(04) O número que representa a medida do eixo real da hipérbole, em metros, é múltiplo de 5
(08) Um dos focos dessa hipérbole estará sobre um dos eixos coordenados.

A soma dos itens verdadeiros pertence ao intervalo

a) [1, 5[c) [7, 11[
b) [5, 7[d) [11, 15]

RESOLUÇÃO:



$$\left.\begin{array}{l} a_e = 15 \\ b_e = 9 \end{array}\right\} \Rightarrow c_e = 12$$

O'(15,9)
$O'P = 12 = O'Q$
$a_h = 12$
$e_h = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} = \frac{c}{12} \Rightarrow c = \frac{5 \cdot 12}{4} = 15 \Rightarrow \boxed{c = 15}$

F_1 (0, 9) F_2 (30, 9)

(1) Verdadeiro
C(15, 9) $d_{AC} = 3\sqrt{34}$
(2) Falso
(4) Falso
a_h = 24 não é múltiplo de 5
(8) Verdadeiro
Soma: 1 + 8 = 9

RESPOSTA: opção c

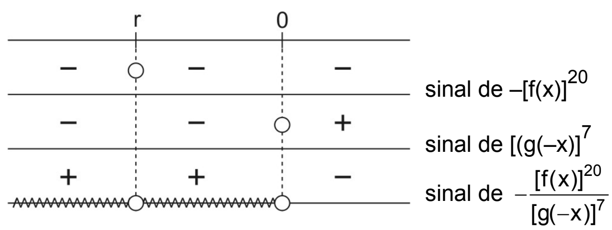
40 - Se f : IR→ IR é uma função afim crescente de raiz r < 0, g : IR → IR é uma função linear decrescente e h : A → IR é uma função definida por $h(x) = \frac{1}{\sqrt{-[f(x)]^{20} \cdot [g(-x)]^7}}$, então, o conjunto A, mais amplo possível, é dado por

a)] r, 0 [c)] r, + ∞ [– { 0 }
b)] – ∞, 0 [– { r } d)] – ∞, 0 [

RESOLUÇÃO:

- h está definda ⇔ $-[f(x)]^{20} \cdot [g(-x)]^7 > 0$
- Se g é linear e decrescente, então g(x) = bx (b < 0)

Portanto g(–x) = –bx é crescente.



A =]– ∞, 0[– {r}

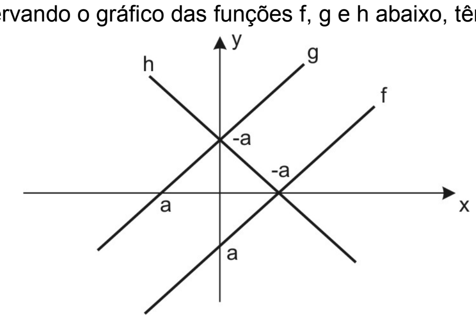
RESPOSTA: opção b

41 - Considere as funções reais f : IR → IR dada por f(x) = x + a, g : IR → IR dada por g(x) = x – a, h : IR → IR dada por h(x) = – x – a
Sabendo-se que a < 0, é **INCORRETO** afirmar que

a) h(x) ⩽ f(x) < g(x) ⇔ x ⩾ –a
b) se a < x < – a, então f(x) < h(x) < g(x)
c) ∄ x ∈ IR | g(x) ⩽ f(x)
d) se x < a, então f(x) < g(x) < h(x)

RESOLUÇÃO:

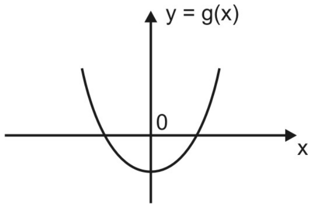
Observando o gráfico das funções f, g e h abaixo, têm-se que



a) **Verdadeiro**
b) **Incorreto**, se $a < x \leqslant 0$, então $f(x) < g(x) < h(x)$ e $0 < x < -a$, então $f(x) < h(x) < g(x)$
c) **Verdadeiro**, f e g possuem coeficientes angulares iguais e $f(x) < g(x)\ \ \forall x \in \mathbb{R}$
d) **Verdadeiro**, se $x < a$, então $f(x) < g(x)$ e $g(x) < h(x)$

RESPOSTA: opção b

42 - Considere que $g : \mathbb{R} \to B$, definida por $\mathbf{g(x) = -bx^2 + cx - a}$ é função par e possui como gráfico o esboço abaixo.



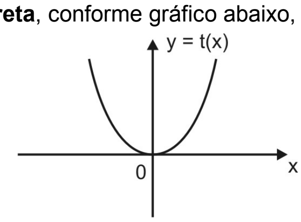
Marque a alternativa **INCORRETA**.

a) A função $t : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $\mathbf{t(x) = g(x) + a}$ é positiva $\forall x \in \mathbb{R}$
b) Se $B = [-a, +\infty[$, então a função **g** é sobrejetora.
c) $b < c < a$
d) A função $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $\mathbf{h(x) = -g(x) - a}$ possui um zero real duplo.

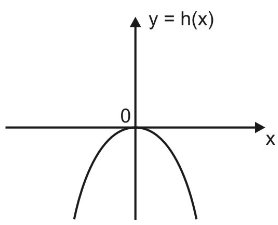
RESOLUÇÃO:

- Se o gráfico de g é uma parábola com a concavidade voltada para cima, então $-b > 0 \Rightarrow b < 0$
- Se a função é par, então c = 0 e as coordenadas do vértice são $(0, -a)$
- Se $-a < 0$, então $a > 0$

a) **Incorreta**, conforme gráfico abaixo, $t(x) \geqslant 0\quad \forall x \in \mathbb{R}$



b) **Verdadeira**
$Im(g) = [-a, +\infty[$
c) **Verdadeira**, pois
$b < 0$, $c = 0$ e $a > 0\ \therefore\ b < c < a$
d) **Verdadeira**, conforme gráfico abaixo a função h possui um zero real duplo.



RESPOSTA: opção a

43 - Alguns cadetes da AFA decidiram programar uma viagem de férias à cidade de Natal para janeiro de 2009. Fizeram pesquisa de preços das diárias de alguns hotéis e verificaram que as duas melhores propostas seriam as dos hotéis Araújo's e Fabiano's, que foram as seguintes:

Hotel Araújo's: possui 40 quartos disponíveis, todos individuais, sem direito a cama extra. A diária de cada quarto é dada por uma taxa fixa de R$ 200,00 mais R$ 10,00 por quarto não ocupado.

Hotel Fabiano's: possui 50 quartos disponíveis, todos individuais, sem direito a cama extra. O valor da diária de cada quarto é $0,\overline{6}$ de 6 décimos de 125 milésimos de R$ 6000,00

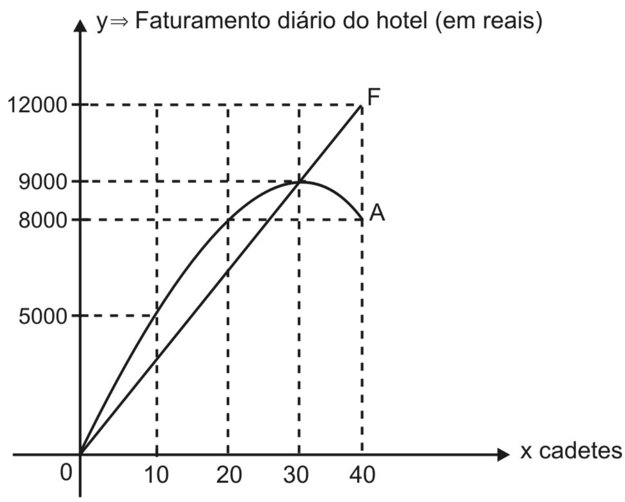
A viagem citada foi programada para **x** cadetes $(x \leq 40)$ e, no período em que eles estiverem hospedados, os hotéis só receberão como hóspedes esses **x** cadetes.

Com base nisso, marque a alternativa **INCORRETA**.

a) Se forem viajar menos de 30 cadetes, então é mais vantajoso para os cadetes optarem pelo Hotel Fabiano's.
b) O faturamento diário do Hotel Araújo's será de R$ 8000,00 se, e somente se, o número de cadetes que forem à viagem for 20
c) Se 15 cadetes forem viajar, então o valor da diária do Hotel Fabiano's é $0,\overline{6}$ do valor da diária do Hotel Araújo's.
d) O maior faturamento diário que o Hotel Araújo's poderá ter, caso os cadetes optem por hospedarem nele, acontecerá quando 10 quartos não forem ocupados.

RESOLUÇÃO:

- Se x cadetes $(x \leqslant 40)$ viajaram, então $(40 - x)$ cadetes não viajaram
- Diária do Hotel Araújo's: $200 + 10(40 - x)$
- Diária do Hotel Fabiano's $0,\overline{6} \cdot 0,6 \cdot \frac{125}{1000} \cdot 6000 = 300$ reais
- Chamando de A(x) o faturamento diário do Hotel Araujo's e F(x) o faturamento diário do Hotel Fabiano's, então, caso os cadetes optem por um dos dois hotéis, tem-se
$A(x) = x \cdot [200 + 10(40 - x)] \Rightarrow \boxed{A(x) = -10x^2 + 600x}$
$\boxed{F(x) = 300x}$



Analisando o gráfico acima, tem-se

a) **Verdadeira**
b) **Incorreta**, se x = 20 ou se x = 40 o faturamento do Hotel Araujo's é de R$ 8000,00
c) **Verdadeira**, se x = 15, então a diária do Hotel Fabiano's é R$ 300,00 e a diária do Hotel Araujo's é
$200 + 10(40 - 15) = 450$
$0,\overline{6}$ de $450 = 300$
d) **Verdadeira**, para x = 30 A(x) é o maior possível e 10 quartos não foram ocupados.

RESPOSTA: opção b

44 - Considere as funções reais $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $f(x) = a^x$, $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $g(x) = b^x$, $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $h(x) = c^x$

Sabendo-se que $0 < a < 1 < b < c$, marque a alternativa **INCORRETA**.

a) $h(x) < g(x) < f(x), \forall x \in \,]-1, 0[$

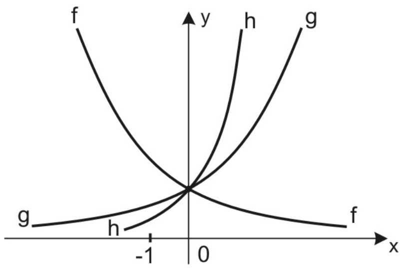
b) Se $x \in \,]-\infty, \log_a 2 \,[$, então $\dfrac{f(x)-2}{h(x)-1} < 0$

c) A função real $t: A \to B$ dada por $t(x) = (f o f^{-1})(x)$ é crescente.

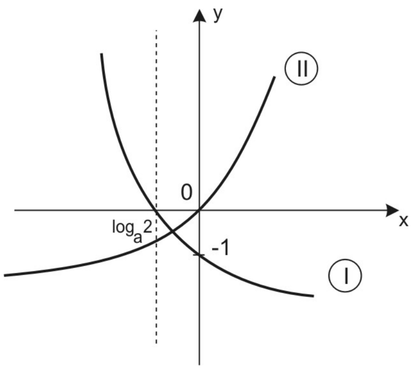
d) A função real $s: M \to D$ definida por $s(x) = |-g(x)+1|$ é positiva $\forall x \in M$

RESOLUÇÃO:

a) **Verdadeira**,
Considerando as funções f, g e h, tem-se os gráficos



b) **Verdadeira**,



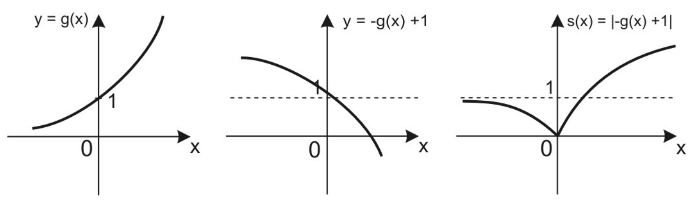
I → f(x) – 2

II → h(x) – 1

Se $x \in \,]-\infty, \log_a 2\,[$, então $\dfrac{f(x)-2}{h(x)-1} < 0$ (conforme análise gráfica)

c) **Verdadeira**,
t: A → B
$t(x) = f o f^{-1}(x)$
$f^{-1}(x) = \log_a x$
$f o f^{-1}(x) = a^{\log_a x} = x$, (para x > 0) é crescente

d) **Incorreta**



$s(x) \geq 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$

RESPOSTA: opção d

45 - Se a função real **f** é definida por $f(x) = \log_3(3x+4) - \log_3(2x-1)$, então o conjunto de valores de **x** para os quais f(x) < 1 é

a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x < \frac{7}{3}\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1}{2}\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1}{2} \text{ ou } x > \frac{7}{3}\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{7}{3}\right\}$

RESOLUÇÃO:

<u>Condição de existência</u> $\begin{cases} 3x+4 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{4}{3} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$ (I)

$f(x) < 1 \Rightarrow \log_3 \dfrac{3x+4}{2x-1} < 1 \Rightarrow \log_3 \dfrac{3x+4}{2x-1} < \log_3 3 \Rightarrow \dfrac{3x+4}{2x-1} < 3 \Rightarrow$

$\dfrac{-3x+7}{2x-1} < 0 \Rightarrow x < \dfrac{1}{2}$ ou $x > \dfrac{7}{3}$ (II)

(I) ∩ (II) ⇒ $x > \dfrac{7}{3}$

RESPOSTA: opção d

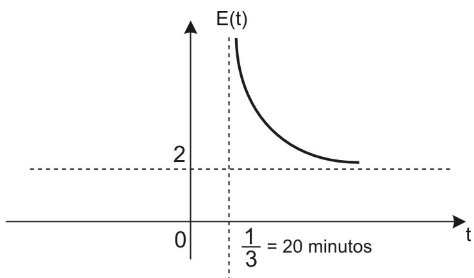
46 - Um estudo sobre a concentração de um candidato em provas de memorização indicou que, com o tempo decorrido, sua capacidade de reação diminui.
A capacidade de reação (E), E > 0, e o tempo decorrido (t), medido em horas, podem ser expressos pela relação $E = \dfrac{2t+1}{t-\frac{1}{3}}$

Sendo assim, é **INCORRETO** afirmar que

a) a concentração tende a ser máxima por volta de 20 minutos do início da prova.
b) a capacidade de reação nunca é menor que 2
c) a cada intervalo de 1h de prova há uma queda de $33,\overline{3}\%$ na capacidade de reação.
d) se a capacidade de reação é 24, então o tempo **t** decorrido é maior que 24 minutos.

RESOLUÇÃO:

Analisando o gráfico de **E** abaixo, tem-se



a) **Verdadeiro**
b) **Verdadeiro**
c) **Falso**, a variação da capacidade de reação não é constante
d) **Verdadeiro**: $24 = \dfrac{2t+1}{t-\frac{1}{3}} \Rightarrow 24t - 8 = 2t + 1 \Rightarrow t = \dfrac{9}{22}$ hora

$t \cong 24{,}6\text{min}$

RESPOSTA: opção c

47 - Considere a função real $f: A \to [1, 3]$ definida por

$$f(x) = \begin{vmatrix} 1 & \text{sen}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Sabendo-se que a função **f** é inversível, é correto afirmar que um possível intervalo para o conjunto A é

a) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right]$

b) $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right]$

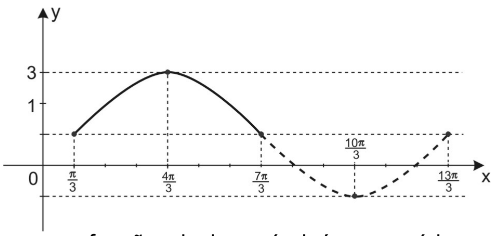
c) $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}\right]$

d) $\left[\frac{7\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}\right]$

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = 1 + 2\text{sen}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$$

Fazendo seu gráfico para y ∈ [1, 3], temos:



Para que uma função sja inversível é necessário que ela seja bijetora, logo, dos intervalos dados, o único que a torna inversível é $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right]$

RESPOSTA: opção b

48 - Em relação à função real **f** definida por

$f(x) = \left|1 - 8\text{sen}^2(2x)\cos^2(2x)\right| - 2$ é **INCORRETO** afirmar que

a) $\text{Im}(f) = [-2, -1]$

b) tem seu valor mínimo como imagem de algum $x \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right]$

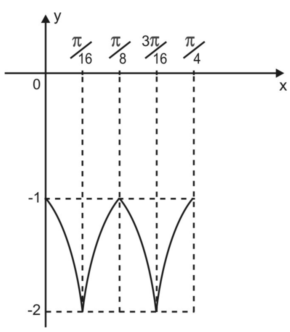
c) seu período é igual a $\frac{\pi}{8}$

d) é estritamente crescente em $\left[\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}\right]$

RESOLUÇÃO:

$f(x) = |1 - 8\text{sen}^2(2x)\cos^2(2x)| - 2$ então, $f(x) = |\cos 8x| - 2$

Pelo gráfico da função f temos que no intervalo $\left[\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{8}\right]$ a função é estritamente crescente e no intervalo $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{16}\right]$ a função é estritamente decrescente.



RESPOSTA: opção d

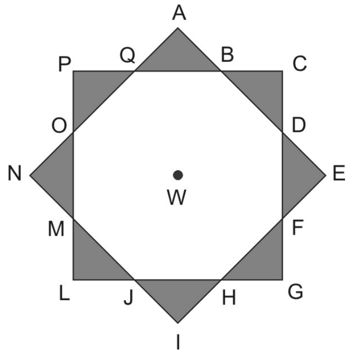
49 - Considere num mesmo plano os pontos da figura abaixo, de tal forma que:

(I) $\overline{AW} \equiv \overline{CW} \equiv \overline{EW} \equiv \overline{GW} \equiv \overline{IW} \equiv \overline{LW} \equiv \overline{NW} \equiv \overline{PW}$

(II) $\overline{BW} \equiv \overline{DW} \equiv \overline{FW} \equiv \overline{HW} \equiv \overline{JW} \equiv \overline{MW} \equiv \overline{OW} \equiv \overline{QW}$

(III) $A\hat{W}B \equiv B\hat{W}C \equiv C\hat{W}D \equiv \cdots \equiv P\hat{W}Q \equiv Q\hat{W}A$

(IV) $\overline{PC} \equiv \overline{AE} \equiv \overline{CG} \equiv \overline{EI} \equiv \overline{GL} \equiv \overline{IN} \equiv \overline{NA} \equiv \overline{LP} \equiv \mathbf{a}$



A área da região sombreada da figura, em função de **a**, é

a) $6a^2 - 4a^2\sqrt{2}$

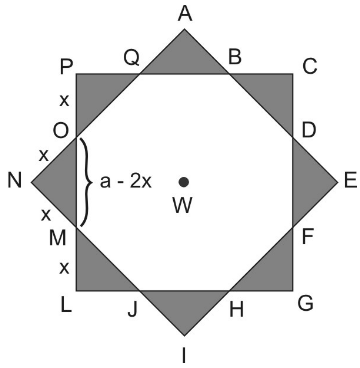
b) $6a^2 + 4a^2\sqrt{2}$

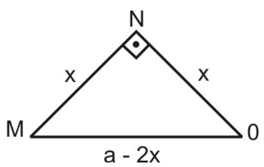
c) $12a^2 + 8a^2\sqrt{2}$

d) $12a^2 - 8a^2\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO:

Pela figura temos:





$(a - 2x)^2 = x^2 + x^2$

$2x^2 - 4ax + a^2 = 0$

$x' = \frac{2a + a\sqrt{2}}{2}$ (não serve)

$x'' = \frac{2a - a\sqrt{2}}{2}$

Entao, a área da região sombreada é dada por:

$$S = 8 \cdot \frac{x^2}{2} \Rightarrow S = 8 \cdot \left(\frac{2a - a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$S = 6a^2 - 4a\sqrt{2}$$

RESPOSTA: opção a

50 - *Ultimamente, vários adereços têm sido utilizados em bailes e em festas noturnas. Em alguns casos, "lá pelas tantas horas", são distribuídos óculos coloridos, colares, chapéus e plumas. É um dos momentos de maior descontração na festa.*

Em geral, acima da pista de dança, é colocado um objeto luminoso, chamado "sputinik".

Considere um "sputinik" construído do seguinte modo:

1º) toma-se um cubo de aresta $3p\,cm$

2º) em cada encontro de três arestas, retira-se um tetraedro cuja base é um triângulo equilátero de lado $p\sqrt{2}$ cm e

3º) no sólido restante, são acopladas pirâmides triangulares de altura $3p\sqrt{3}\,cm$ e pirâmides octogonais de altura $3p\,cm$; ambos os tipos de pirâmides são retas e possuem bases coincidentes com as faces desse sólido.

Se o volume desse "sputinik" é $xp^3\,cm^3$, então **x** é um número do intervalo

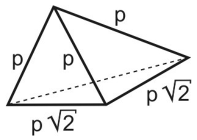
a) [73, 78 [
b) [78, 83 [
c) [83, 88 [
d) [88, 103]

RESOLUÇÃO:

(I) Volume do cubo: V = $(3p)^3$

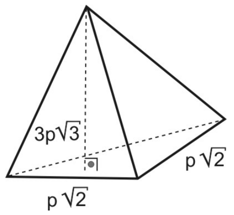
$\boxed{V = 27p^3 cm^3}$

(II) Volume dos 8 tetraederos: $V = \dfrac{S_b h}{3}$



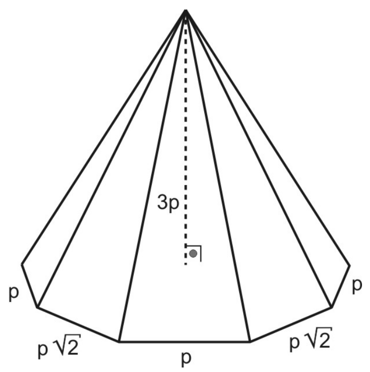
$\boxed{V = \dfrac{4p^3}{3} cm^3}$

(III) Volume das 8 pirâmides triangulares: $V = \dfrac{S_b h}{3}$



$\boxed{V = 12p^3 cm^3}$

(IV) Volume das 6 pirâmides octogonais: $V = \dfrac{S_b h}{3}$



$\boxed{V = 42p\ cm^3}$

(V) Volume do "sputnik": V = (I) – (II) + (III) + (IV)

$$V = 27p^3 - \frac{4p^3}{3} + 12p^3 + 42p^3$$

$$\boxed{V = \frac{239}{3} p^3\ cm^3}$$

$$x = \frac{239}{3} \Rightarrow \boxed{x \cong 79{,}\overline{6}}$$

RESPOSTA: opção b